

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.М. Полунин, Г.Т.Сычев, А.И. Шумаков

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Конспект лекций

Утверждено Научно-методическим советом
университета в качестве конспекта лекций

Курск 2004

УДК 531/534
ББК В21
П53

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, зав. кафедрой Т и ЭФ Курск-
ГТУ, профессор *А.А. Родионов*

Кандидат физико-математических наук, зав. кафедрой общей физи-
ки КГУ, профессор *Ю.А. Неручев*

Полунин В.М. Физические основы измерений: Конспект лек-
ций /В.М. Полунин, Г.Т. Сычев, А.И. Шумаков; Курск. гос. техн. ун-
т. Курск, 2004. 261 с.

Конспект лекций составлен в соответствии с требованиями Го-
сударственного образовательного стандарта-2000, Примерной про-
граммы дисциплины «Физические основы измерений» (2000 г.) и ра-
бочей программы по этой дисциплине для студентов инженерно-
технических специальностей КГТУ (2000 г.), направление 651400 "Ма-
шиностроительные технологии и оборудование".

Конспект лекций по физическим основам измерений представ-
ляет собой учебное пособие, которое предназначено для самостоя-
тельной работы студентов инженерно-технических специальностей
всех форм обучения указанного направления.

УДК 531/534
ББК В21
П53

© Курский государственный технический университет, 2004

© Полунин В.М., Сычев Г.Т., Шумаков А.И., 2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОТ АВТОРОВ	7
ВВЕДЕНИЕ	9
I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЙ	12
Лекция 1. Измерение физических величин и единицы их измерения	12
1.1. Физическая величина и её числовое значение	12
1.2. Размерность	14
1.3. Системы единиц измерения физических величин	17
1.4. Общие представления о масштабах физических величин	21
Лекция 2. Физические измерения в модельных и аналоговых экспериментах	23
2.1. Модельные эксперименты	23
2.2. Геометрическое и временное подобие	23
2.3. Кинематическое подобие	23
2.4. Динамическое подобие	24
2.5. Закон подобия Рейнольдса	25
2.6. Статическое подобие	26
2.7. Законы подобия электронной и ионной оптики	26
2.8. Временной масштаб модельных экспериментов	28
2.9. Аналоговые эксперименты	29
Лекция 3. Измерительные устройства. Естественные пределы измерений	30
3.1. Основные блоки измерительных устройств	30
3.2. Передаточные характеристики	30
3.3. Электрические линии	40
3.4. Передаточные характеристики электрических линий	42
3.5. Естественные пределы измерений	51
3.6. Принцип неопределенности Гейзенберга	52
Лекция 4. Шумы в измерительных устройствах	55
4.1. Тепловой шум	55
4.2. Другие виды шумов	59
Лекция 5. Время и его измерение	66
5.1. Методы и приборы для измерения времени	67
5.2. Колебания гармонического осциллятора	69
5.3. Адиабатические инварианты	73
Лекция 6. Высокоточные системы для измерения времени	77
6.1. Кварцевые часы	77
6.2. Принцип действия пьезоэлектрического преобразователя	78
6.3. Молекулярные часы	79
6.4. Эффект Доплера	80

6. 5. Эффект Зеемана	81
6.6. Квантовые стандарты частоты	83
6.7. Водородный квантовый генератор	85
6.8. Зависимость времени от системы отсчета	85
Лекция 7. Измерения линейных и угловых размеров	87
7.1. Измерительные средства линейных и угловых размеров	89
7.2. Средства измерения линейных размеров с емкостным датчиком	89
7.3. Средства измерения размеров с индуктивным преобразователем	92
7. 4. Измерение линейных и угловых размеров оптическими приборами	94
7.5. Электронный микроскоп	97
7.6. Воспроизведение эталона длины методами интерферометрии	98
7.7. Применение лазерного излучения как стандарта длины волны	105
7.8. Зависимость измерений линейных размеров от системы отсчета	109
7.9. Перспективы развития	111
Лекция 8. Измерение массы	111
8.1. Вес и масса тел	113
8.2. Системы измерения массы	116
8.3. Определение массы в микромире	120
8.4. Зависимость измерений массы от скорости	121
Лекция 9. Измерение температуры	123
9.1. Термодинамическое и статическое определение температуры	123
9.2. Единицы измерения температуры	125
9.3. Методы и средства измерения температуры	127
9.4. Газотермические методы и средства измерения температуры	128
9.5. Электрические и термоэлектрические методы и средства измерения температуры	132
9.6. Магнитометрические методы и средства измерения температуры	137
9.7. Оптические методы и средства измерения температуры	140
9.8. Современные представления о методах и средствах измерения температуры	143
Лекция 10. Измерение электрических параметров	151
10.1. Уравнение преобразования измерительного механизма электромеханического прибора	151
10.2. Магнитоэлектрические приборы	152

10.3. Электромагнитные приборы	154
10.4. Резонансный (вибрационный) частотомер	155
10.5. Электродинамические приборы	156
10.6. Электростатические приборы	159
10.7. Электронно-лучевой осциллограф	161
10.8. Сверхпроводящие измерительные датчики	163
Лекция 11. Применение явления ферромагнетизма в качестве методов и средств измерения	166
11.1. Магнитные домены	166
11.2. Намагничивание ферромагнетиков	167
11.3. Магнитный гистерезис	169
11.4. Измерение магнитных параметров	170
11.5. Сверхпроводящий квантовый интерференционный детектор	176
Лекция 12. Средства и методы дозиметрии	179
12.1. Взаимодействие заряженных частиц с веществом	179
12.2. Взаимодействие γ -излучения с веществом	181
12.3. Взаимодействие нейтронов с веществом	182
12.4. Дозы радиационного облучения	183
12.5. Средства радиационных измерений	185
Лекция 13. Методы и средства измерений, основанные на эффекте Мёссбауэра	188
II. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ И МЕТОДОВ КОНТРОЛЯ	196
Лекция 14. Физическая модель сплошной среды	196
14.1. Уравнение движения	196
14.2. Уравнение неразрывности	198
Лекция 15. Волновые уравнения	199
15.1. Волновое уравнение для газов	199
15.2. Волновое уравнение для жидкостей	203
15.3. Волновое уравнение для твердых тел	204
15.4. Поперечная, поверхностная и изгибная моды упругих колебаний в твердых телах	206
Лекция 16. Звуковые (ультразвуковые) волны	209
16.1. Величины, характеризующие звуковую (ультразвуковую) волну	209
16.2. Направленное акустическое излучение	212
16.3. Отражение и прохождение звука через границу раздела двух сред	215
16.4. Коэффициенты отражения и преломления звуковых волн ..	217
Лекция 17. Акустические свойства вещества	219
17.1. Диссипация акустической энергии, обусловленная	

вязкостью и теплопроводностью	219
17.2. Акустическая релаксация	223
17.3. Акустические свойства гетерогенных сред	226
Лекция 18. Акустические методы измерений и	
контроля	229
18.1. Излучатели и приемники ультразвука	229
18.2. Методы измерения скорости звука (ультразвука)	232
18.3. Методы измерения коэффициента поглощения	
звуковой (ультразвуковой) волны	237
18.4. Интенсивность звуковых волн	242
18.5. Звуковая вискозиметрия	248
18.6. Методика измерения расхода вещества	249
18.7. Классификация акустических методов контроля	252
18.8. Методы акустического контроля, основанные на излучении и	
приеме акустических волн	253
18.9. Методы акустического контроля, основанные на регистрации	
акустических волн, возникающих в материалах	
и изделиях	256
18.10. Ультразвуковая дефектоскопия материалов и медицинская	
диагностика	256
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	259
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	260

ОТ АВТОРОВ

Настоящее учебное пособие составлено по материалам, наработанным авторами в процессе чтения лекций в КурскГТУ по физическим основам измерений.

Пособие состоит из 18 лекций и предназначено для самостоятельной работы студентов технических специальностей, всех форм обучения, в учебных планах которых предусмотрено изучение дисциплины "Физические основы измерений" в течение 2÷3 учебного семестров (направление "Машиностроительные технологии и оборудование"). Поэтому его отличает с одной стороны определенная фрагментарность, а с другой – доступность изложения материала, отсутствие сложных математических выкладок, подборка простых примеров конкретной реализации физических эффектов в процессе измерений.

Изложение материала в данной работе предусматривает знание студентами физики и математики в объеме школьной программы и предполагает также, что студенты уже изучили или изучают параллельно читаемому курсу соответствующий математический аппарат (дифференциальное и интегральное исчисление, анализ функций, дифференциальные уравнения, векторную алгебру, ряды) и прослушали или изучают общую физику в объеме программы технического вуза. В пособии, в основном, используется система единиц СИ.

Комплексное экспериментальное исследование физических свойств различных объектов обычно проводится с использованием результатов измерений целого ряда основных и производных величин. В этом отношении весьма характерным является пример акустических измерений, который включен в настоящее пособие в виде раздела, состоящего из 5-и лекций. Цитируемая литература в основном относится к данному разделу, что позволяет при необходимости более подробно познакомиться с тем или иным вопросом.

Наличие у студентов данного конспекта лекций позволит лектору более эффективно использовать лекционное время, уделить больше внимания трудным для понимания вопросам, а студентам – облегчить процесс самостоятельной работы при подготовке к промежуточной и итоговой аттестации.

Предлагаемое пособие может быть также полезно аспирантам машиностроительных, технических и физико-химических специаль-

ностей и инженерно-техническим работникам, занимающимся внедрением в производство физических методов измерений.

Авторы будут благодарны всем, кто внимательно просмотрит данное пособие и выскажет определенные замечания по существу. Кроме того, они постараются учесть все рациональные замечания со стороны коллег преподавателей, аспирантов, студентов и внести соответствующие исправления и дополнения.

ВВЕДЕНИЕ

В конспекте лекций по курсу "Физические основы измерений", который предназначен для студентов 1-2 курсов инженерных специальностей (направление "Машиностроительные технологии и оборудование"), акцентируется внимание на то, что в основе любых измерений (физических, технических и т.д.) лежат физические законы, понятия и определения.

Технические и естественные процессы определяются количественными данными, характеризующими свойства и состояния предметов и тел. Для получения таких данных возникла необходимость в развитии методов измерения и системе единиц.

Усложняющиеся взаимосвязи в технологиях и хозяйственной деятельности привели к необходимости введения единой системы единиц измерения. Это проявилось в законодательных введениях новых единиц для измеряемых величин или отмене старых единиц (например, замена единицы измерения мощности одна лошадиная сила на ватт или киловатт).

Как правило, новые определения единиц вводятся после того, как в естественных науках указан способ достижения повышенной точности определения единиц и калибровки с их помощью масштабов, часов и всего другого, что находит затем применение в технике и повседневной жизни.

Ещё Леонард Эйлер (математик и физик) дал приемлемое и для наших дней определение физической величины. В своей «Алгебре» он писал: *"Прежде всего, называется величиной всё то, что способно увеличиваться или уменьшаться, или то, к чему можно нечто прибавить или от чего можно нечто отнять. Однако невозможно определить или измерить одну величину иначе, как, приняв в качестве известной другую величину этого же рода и указав отношение, в котором она находится к ней. При измерении величин всякого рода мы приходим, следовательно, к тому, что, прежде всего, устанавливается некоторая известная величина того же рода, именуемая единицей измерения и зависящая исключительно от нашего произвола. Затем определяется, в каком отношении находится данная величина к этой мере, что всегда выражается через числа, так что число является не чем иным, как отношением, в котором одна величина*

находится к другой, принятой за единицу".

Таким образом, измерить какую-либо физическую (техническую и другую) величину это означает, что данную величину необходимо сравнить с другой однородной физической величиной, принятой за единицу измерения (с эталоном).

Количество (число) физических величин с течением времени изменяется. Можно привести большое число определений величин и соответствующих конкретных единиц, причём это множество постоянно растёт ввиду роста потребностей общества. Так, например, с развитием теории электричества, магнетизма, атомной и ядерной физики введены величины, характерные для этих разделов физики.

Иногда в отношении измеряемой величины сначала несколько изменяют постановку вопроса. Например, нельзя сказать: это «голубое», а то «наполовину голубое», ибо невозможно указать единицу, с которой можно было бы сравнивать оба оттенка цвета. Однако вместо этого можно задаться вопросом о спектральной плотности излучения в диапазоне длин волн λ от 400 до 500 нм ($1 \text{ нанометр} = 10^{-7} \text{ см} = 10^{-9} \text{ м}$) и обнаружить, что новая постановка вопроса допускает введение определения, которое соответствует не «наполовину голубое», а понятию «в два раза меньшей интенсивности».

Понятия величины и единицы их измерения меняются с течением времени и в понятийном аспекте. Примером может служить радиоактивность вещества. Введённая первоначально единица измерения радиоактивности 1 кюри, связанная с именем Кюри, допускавшаяся к применению до 1980 г, обозначается как 1 Ки, сводится к количеству вещества, измеряемому в граммах. В настоящее время под активностью радиоактивного вещества A подразумевается число распадов в секунду и измеряется в беккерелях. В системе СИ активность радиоактивного вещества это $1 \text{ Бк} = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ Ки}$. Размерность $[A] = \text{беккерель} = \text{с}^{-1}$.

Хотя физический эффект поддаётся определению и для него можно установить единицу, однако количественная характеристика воздействия оказывается очень затруднительной. Например, если быстрая частица (скажем, альфа-частица, возникшая при радиоактивном распаде вещества) отдаёт всю свою кинетическую энергию при торможении в живой ткани, то этот процесс можно описать, используя понятие дозы облучения, т. е. потери энергии на единицу

массы. Однако до сих пор учёт биологического воздействия такой частицы является предметом дискуссии.

Эмоциональные понятия до настоящего времени не поддаются количественному учёту, не удаётся определить соответствующих им единиц. Больной не может количественно выразить степень своего недомогания. Однако большую помощь врачу при установлении диагноза могут оказать измерения температуры и частоты пульса, а также лабораторные анализы, характеризующиеся количественными данными.

Одной из целей эксперимента является поиск таких параметров, описывающих физические явления, которые можно измерить, получив численные значения. Между этими измеренными значениями уже можно установить определённую функциональную зависимость.

Комплексное экспериментальное исследование физических свойств различных объектов обычно проводится с использованием результатов измерений целого ряда основных и производных величин. В этом отношении весьма характерным является пример акустических измерений, который включен в настоящее пособие в виде раздела.

Надо отметить, что стандартных учебников и учебных пособий по данному курсу до настоящего времени нет. Данное пособие позволит студентам машиностроительных специальностей использовать полученные знания при изучении последующих общетехнических и специальных дисциплин и применить их на практике.

I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЙ

ЛЕКЦИЯ 1. ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И ЕДИНИЦЫ ИХ ИЗМЕРЕНИЯ

1.1. Физическая величина и её числовое значение

Физическими величинами называют свойства (характеристики) материальных объектов и процессов (предметов, состояний), которые можно прямо или косвенно измерить. Законы, связывающие между собой эти величины, имеют вид математических уравнений.

Каждая физическая величина G представляет собой произведение численного значения на единицу измерения:

Физическая величина = Численное значение × Единица измерения.

Число, которое при этом, получается, называют численным значением физической величины.

Таким образом, выражение

$$t = 5 \text{ с} \quad (1.1)$$

означает, что измеренное время составляет пятикратное повторение секунды.

Однако для характеристики физической величины только одного численного значения недостаточно. Поэтому никогда нельзя опускать соответствующую единицу измерения.

Все физические величины делятся на основные и производные величины.

В качестве основных величин используются: длина, время, масса, температура, сила тока, количество вещества, сила света.

Производные величины получают с помощью основных величин либо используя выражения для законов природы, либо путем целесообразного определения через умножение или деление основных величин. Например,

$$\text{Скорость} = \text{Путь/Время}; v = \frac{S}{t}; \quad (1.2)$$

$$\text{Заряд} = \text{Сила тока} \times \text{Время}; q = I \cdot t. \quad (1.3)$$

Для представления физических величин, особенно в формулах, таблицах или на графиках, используются специальные символы – обозначения величин.

В соответствии с международными соглашениями введены со-

ответствующие стандарты на обозначения физических и технических величин.

Принято набирать обозначения физических величин *курсивом*. Курсивом обозначаются и индексы, если они представляют собой обозначения, т. е. символы физических величин, а не сокращения.

Квадратные скобки [], содержащие обозначение величины, означают единицу измерения величины, например, выражение $[U] = \text{В}$ читается следующим образом: «Единица измерения напряжения равна вольту».

Неправильно заключать в квадратные скобки единицу измерения (например, $[В]$).

Фигурные скобки { }, содержащие обозначения величины, означают «численное значение величины», например выражение $\{U\} = 220$ читается следующим образом: «численное значение напряжения равно 220».

Так как каждое значение величины представляет собой произведение численного значения на единицу измерения, для приведенного выше примера получается:

$$U = \{U\} \cdot [U] = 220 \text{ В.} \quad (1.4)$$

Между численным значением и единицей измерения физической величины при написании необходимо оставлять интервал, например:

$$I = 10 \text{ А.} \quad (1.5)$$

Исключения составляют обозначения единиц: градусов ($^{\circ}$), минут ($'$) и секунд ($''$).

Слишком большие или малые порядки численных значений (по отношению к 10) сокращённо выражаются с помощью введения новых разрядов единиц, называемых так же, как и старые, но с добавлением приставки. Так образуются новые единицы, например $1 \text{ мм}^3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Сама физическая величина при этом не изменяется, т.е. при уменьшении единицы в F раз, её числовое значение увеличится, соответственно, в F раз. Такая инвариантность физической величины имеет место не только при изменении единицы десятикратно (в степени n раз), но и при прочих изменениях этой единицы.

В табл. 1.1 приведены официально принятые сокращения названий единиц.

Приставки к единицам системы СИ

Таблица 1.1

При- став- ка	Обозначение		Лога- рифм степени десяти	При- став- ка	Обозначение		Лога- рифм степени десяти
	Латин- ское	Рус- ское			Латин- ское	Рус- ское	
Тера	T	Т	12	санти	c	с	-2
Гига	G	Г	9	мил- ли	m	м	-3
Мега	M	М	6	микро	μ	мк	-6
кило	k	к	3	нано	n	н	-9
гекто	h	г	2	пико	p	п	-12
дека	da	да	1	фемто	f	ф	-15
деци	d	д	-1	атто	a	а	-18

1.2. Размерность

Размерностью физической величины называется соотношение, показывающее, как изменяется единица измерения этой величины при изменении основных единиц измерения.

Это символическое (буквенное) обозначение зависимости производных величин от основных величин измерения.

Размерность физической величины устанавливает ее связь с основными величинами. Она представляет собой произведение степеней размерностей основных величин. Поэтому формулу размерности какой-либо физической величины можно представить в виде

$$L^{\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot T^{\gamma}, \quad (1.6)$$

где показатели степени α , β , γ это положительные или отрицательные рациональные числа, в частности они, могут быть равными нулю.

Например, если какая-то физическая величина X выражается через длину L , массу M , время T формулой

$$X = f(L, M, T), \quad (1.7)$$

при этом

$$X = L^{\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot T^{\gamma}, \quad (1.8)$$

то в таком случае принято говорить, что размерность (dimension) величины X выражается формулой

$$\dim X = [X] = [L]^{\alpha} \cdot [M]^{\beta} \cdot [T]^{\gamma} \quad (1.9)$$

С другой стороны всякая величина может быть представлена в виде произведения ее числового значения $\{X\}$ на единицу измерения $[X]$. Формулу (1.9) можно записать в виде

$$\{X\}[X] = \{L\}^{\alpha} \cdot \{M\}^{\beta} \cdot \{T\}^{\gamma} [L]^{\alpha} \cdot [M]^{\beta} \cdot [T]^{\gamma}. \quad (1.10)$$

Это равенство распадается на два: равенство числовых значений

$$\{X\} = \{L\}^{\alpha} \cdot \{M\}^{\beta} \cdot \{T\}^{\gamma} \quad (1.11)$$

и равенство единиц измерений

$$[X] = [L]^{\alpha} \cdot [M]^{\beta} \cdot [T]^{\gamma}. \quad (1.12)$$

Сопоставляя формулы (1.11) и (1.12) видим, что связь величин аналогична связи единиц. Так, например, размерность кинетической энергии E_k имеет вид

$$\left[E_k = \dim\left(\frac{mv^2}{2}\right) \right] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}. \quad (1.13)$$

Физическая величина и ее размерность – это не одно и то же. Одинаковую размерность могут иметь совершенно разные по своей природе физические величины, например работа и вращательный момент. Размерность не содержит информации о том, является ли данная физическая величина скаляром или вектором. Однако размерность важна для проверки правильности соотношений между физическими величинами.

С помощью формул размерности строятся системы единиц измерения физических величин. Кроме того, они позволяют производные единицы выразить только через основные единицы измерения. При этом уравнения, выражающие физические закономерности предполагают в ряд, согласно двум условиям:

1. Первыми в ряду стоят уравнения, определяющие величины, которые выражаются через основные единицы измерения.

2. Каждое последующее уравнение определяет величину через основные и те производные величины, которые уже определены предшествующими уравнениями:

$$\text{Площадь } S = k \cdot l^2 - [S] = L^2 \cdot M^0 \cdot T^0 = L^2;$$

Объем $V = k \cdot l^3$ - $[V] = L^3 \cdot M^0 \cdot T^0 = L^3$;

Скорость $v = k \cdot l/t$ - $[v] = L^1 \cdot M^0 \cdot T^{-1} = L \cdot T^{-1}$;

Ускорение $a = k \cdot v/t$ - $[a] = L^1 \cdot M^0 \cdot T^{-2} = L \cdot T^{-2}$;

Сила $F = k \cdot m \cdot a$ - $[F] = L^1 \cdot M^1 \cdot T^{-2} = L \cdot M \cdot T^{-2}$;

Плотность - $[\rho] = L^1 \cdot M^1 \cdot T^{-1} = L \cdot M \cdot T^{-1}$.

Подставляя в формулу размерности значения основных единиц данной системы, получим размерности производных единиц.

Так как физические законы не зависят от выбора единиц измерения, входящих в них физических величин, то размерности обеих частей уравнений этих законов должны быть одинаковыми. Это утверждение носит название правила размерностей.

Правило размерностей используется для проверки правильности полученного результата. При этом если, например, при решении задач размерность правой и левой частей полученного результата не совпадают, то можно утверждать, что задача решена неправильно. Кроме того, правило размерностей применяется для установления размерностей физических величин. Например, известно, что в классической динамике основным уравнением движения является выражение вида

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ или } F = m \cdot a, \quad (1.14)$$

следовательно, размерность силы

$$[F] = H = [m] \cdot [a]. \quad (1.15)$$

Размерности $[m] = M^1$; $[a] = L^1 \cdot T^{-2}$, имеем

$$[F] = L \cdot M \cdot T^{-2} = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = H. \quad (1.16)$$

Иногда это правило используется для установления размерности коэффициентов пропорциональности, имеющих определенный физический смысл, входящих в математическое отображение физических законов. Например, закон всемирного тяготения утверждает: «Сила, с которой две материальные точки притягиваются друг к другу, пропорциональна массам этих точек, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой соединяющей эти точки»:

$$F \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (1.17)$$

Имеем

$$[F] \neq \frac{[m_1] \cdot [m_2]}{[r]^2}. \quad (1.18)$$

Для замены знака "~" на знак "=" необходимо ввести размерный коэффициент, имеющий определенный физический смысл, размерность которого определяется из основного закона. В рассматриваемом случае таким коэффициентом является гравитационная постоянная γ , размерность, которой

$$[\gamma] = \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}. \quad (1.19)$$

1.3. Системы единиц измерения физических величин

Система единиц измерения физических величин это совокупность основных и производных единиц измерения (эталонов).

Эталоны физических величин должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Легко воспроизводиться в любом количестве.
2. Должны быть удобными при использовании в практической деятельности.

Эталоны подразделяются на основные, производные и дополнительные.

Основные эталоны это несколько эталонов для некоторых величин.

Производные эталоны это эталоны всех остальных величин, которые получают, пользуясь физическими законами.

Дополнительные эталоны вводят по мере необходимости.

Так как выбор эталонов основных величин может быть произвольным, то можно построить целый ряд систем единиц измерения физических величин, что и было сделано.

Существует несколько систем единиц измерения физических величин, отличающихся выбором основных единиц измерения.

Системы единиц, в основу которых положены единицы длины, массы и времени, называются абсолютными.

В физике применяется абсолютная система единиц, называемая СГС - системой. Основными единицами в этой системе являются сантиметр, грамм и секунда.

В технике широко применялась система МКГСС (называемая обычно технической системой единиц). Основными единицами этой

системы являются метр, единица силы – килограмм-сила (кгс) и секунда.

Килограмм-сила определяется как сила, сообщаемая массе в 1 кг ускорение, равное $9,80655 \text{ м/с}^2$. Из этого определения следует, что $1 \text{ кгс} = 9,80655 \text{ Н}$.

За единицу массы в МКГСС принимается масса такого тела, которое под действием силы в 1 кгс приобретает ускорение 1 м/с^2 .

Принятый в 1981 г. государственный стандарт ГОСТ 8.417-81 (СТ СЭВ 1052-78) вводит как обязательную Международную систему единиц, обозначаемую символом СИ. Система СИ принадлежит к числу абсолютных систем.

В табл. 1.2 приведены основные и дополнительные физические величины и их единицы измерения в системе СИ.

Величины и единицы измерения в системе СИ

Таблица 1.2

Физическая величина	Обозначение	Единица измерения	Обозначение
Основные единицы измерения			
Длина	L	Метр	м
Масса	M	Килограмм	кг
Время	T	Секунда	с
Сила электрического тока	I	Ампер	А
Температура	T	Кельвин	К
Количество вещества	ν	Моль	моль
Сила света	I_v	Кандела	Кд
Дополнительные единицы измерения			
Плоского угла	φ	РадIAN	рад
Телесного угла	θ	Стерaдиан	стерад

1.3.1. Единица длины

Метр образовано от греческого “metron”, т.е. мера. В начале метр определялся через длину окружности Земного шара, затем – через длину волны определенного излучения: с 1927 г. – через длину волны красной линии кадмия, а с 1960 г. – через излучение изотопа криптона ^{86}Kr в оранжевой части видимого спектра. Метр – длина, равная $1650763,73$ длины волны в вакууме излучения, соответст-

вующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86.

В 1983 г. Государственным комитетом по мерам и весам принято новое определение метра в связи с тем, что в настоящее время можно очень точно измерить скорость света. Метр равен длине отрезка, которую свет проходит в вакууме за $1/299792458$ долю секунды.

Это связано с тем, что скорость света является одной из фундаментальных констант природы и измерена с высокой точностью $c = 299792458$ м/с. Эталон длины воспроизводят с относительной ошибкой 10^{-9} .

1.3.2. Единица массы

Масса занимает особое место среди основных физических величин. Ее определяют путем сравнения с эталоном, который хранится в международном бюро мер и весов в Севре (Франция). Это цилиндр (90% Pt + 10% J), диаметром $\varnothing = 39$ мм и высотой $h=39$ мм.

До сих пор не удалось достаточно точно выразить величину эталона массы через фундаментальные постоянные. Неясно, как это можно сделать. Единицей массы служит килограмм. Он равен массе международного эталона килограмма. В отдельных странах для практических целей хранятся эталоны-копии. Они проверяются с помощью коромысловых весов с погрешностью равной $\approx 10^{-15}$ килограмма.

1.3.3. Единица времени

В настоящее время секунда определяется следующим образом: секунда равна 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями ($f = 4$ и $f = 3$) основного состояния атома цезия-133 (1967 г.). До 1960 г. секунду определяли как интервал времени, равный $1/86400$ части солнечных средних суток. В таком определении точность не превышает 10^{-7} .

Цезиевые резонаторы излучения воспроизводят соответствующую частоту с точностью порядка 10^{-10} .

1.3.4. Единица силы тока

Определение эталона силы тока основано на законе Ампера. Единица силы тока утверждена в 1948 г.

Ампер равен силе постоянного электрического тока, который,

протекая по двум прямолинейным параллельным бесконечно длинным проводникам ничтожно малого сечения, находящимися в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, вызывает на участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия между ними $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Этим же законом определяется численное значение другой фундаментальной постоянной физики магнитной постоянной μ_0 . Так как

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2J_1 J_2}{b}, \quad (1.20)$$

то

$$\mu_0 = \frac{F4\pi b}{2J_1 J_2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2}. \quad (1.21)$$

Из уравнений Максвелла следует, что $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$. Отсюда, зная скорость распространения света в вакууме, можно с достаточной степенью точности определить диэлектрическую постоянную $\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$.

1.3.5. Единица температуры

Одной из основных термодинамических величин является термодинамическая температура. Она измеряется в Кельвинах. Поскольку для температуры существует значение абсолютного нуля, то для определения Кельвина необходимо зафиксировать еще одну точку. В качестве нее выбрана тройная точка.

Кельвин, единица термодинамической температуры, равен $1/273,16$ части термодинамической температуры тройной точки воды (1967 г.). В дальнейшем было установлено равенство $1^\circ\text{C} = 1\text{К}$.

Нулевая точка шкалы Цельсия отличается от тройной точки воды на 0,01 К, при этом имеет место следующее соотношение между температурой Кельвина и Цельсия

$$t = T - 273,15^\circ\text{C}. \quad (1.22)$$

Практическое измерение температуры проводят с помощью международной практической температурной шкалы (МПТШ-68), которая основана на целом ряде хорошо воспроизводимых фиксированных температурных точек.

1.3.6. Единица количества вещества

Количество вещества было введено в Международную систему единиц в качестве основной величины в 1971 г. В результате возникла возможность описывать количественные соотношения в химии и физической химии с помощью системы единиц СИ. Единица количества вещества (моль) определяется следующим образом:

Моль представляет количество вещества в системе, содержащей столько же частиц, сколько атомов содержится в 0,012 килограмма изотопа углерода ^{12}C .

В количестве вещества, равном 1 моль, содержится $6,022 \cdot 10^{23}$ структурных элементов, в качестве которых могут выступать атомы, молекулы, ионы, электроны и другие частицы с точно заданными параметрами.

1.3.7. Единица силы света

Эта единица описывает воздействие электромагнитного излучения на человеческий глаз. При этом используют фотометрические величины. Основной величиной служит сила света, измеряемая в канделах.

В международном соглашении определена спектральная чувствительность глаза. Кривая такой чувствительности позволяет связать друг с другом энергетические фотометрические величины и светотехнические величины: мощность излучения и световой поток связаны через фотометрический эквивалент излучения. В 1967 г. было принято определение канделы, основанное на излучении света абсолютно черным телом при температуре затвердевания платины. Температура затвердевания платины несколько раз уточнялась, поэтому приходилось изменять фотометрический эквивалент измерения. В 1979 г. приняли новое определение канделы.

Кандела – сила света источника, монохроматическое излучение которого частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, излучаемое в определенном направлении в телесный угол 1стерадиан, имеет мощность $1/683$ Вт.

Частота $540 \cdot 10^{12}$ Гц соответствует длине волны 555 нм, при которой глаз обладает максимальной чувствительностью.

1.4. Общие представления о масштабах физических величин

Каждая конкретная величина мала или велика лишь по отноше-

нию к другой величине, характерной для данных условий. Длина волны λ света мала в сравнении с человеком, поэтому ею пренебрегают, считая, что свет распространяется прямолинейно. В сравнении с отдельным атомом λ - велика и считают, что при взаимодействии с атомом амплитуда световой волны одинакова во всех точках атома в любой момент.

Температура 2000 °С очень велика во всех областях техники, но в термоядерных исследованиях плазма с такой температурой считается низкотемпературной.

Характер физических явлений существенно зависит от размера области пространства, в которой происходило явление. В таблице 1.3 приведена шкала масштабов различных величин, исследуемых современной наукой.

Шкала масштабов различных величин, исследуемых современной наукой

Таблица 1.3.

	Метры	Область
Макромир	10^{25}	Размер видимой части вселенной
	10^{24}	Расстояние между галактиками
	10^{21}	Размеры галактик
	10^{18}	Межзвездные расстояния
	10^{15}	Размеры солнечной системы
	10^{12}	Размер Земли
	$\sim 10^5$	Высота больших гор
	1	Размер (рост) человека
	10^{-3}	Размер песчинки
	10^{-6}	Предел разрешения микроскопа
Микромир	10^{-10}	Размер атома
	10^{-15}	Размеры атомных ядер
	10^{-18}	Исследуемая структура элементарных частиц

Одной из основных характеристических величин является размер атома 10^{-10} м. Этим размером все явления разделяются на макроскопические и микроскопические. Макроявления протекают в областях $>10^{-7}$ м, а микроявления в областях сравнимых с атомным размером 10^{-10} м и меньше.

Заметим, что понятие "размер атома" в геометрическом плане не имеет смысла, поскольку физически о линейных размерах атома можно судить по взаимодействию атомов между собой, которое оп-

ределяется электромагнитным полем атома, не имеющим четких границ.

Непосредственно наблюдаемые тела являются макроскопическими, состоят из большого числа частиц N . Большим является такое число частиц N , для которого выполняется условие $\ln N \gg 1$.

Особо важным является число Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ 1/моль, которое связывает микроскопический масштаб с макроскопическим, так как моль любого вещества составляет тело привычных для нас размеров. Моль H_2O это $18 \cdot 10^{-6}$ м³ воды.

Естественным масштабом скорости в природе является скорость распространения света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с.

Постоянная Планка также является универсальной константой, с которой связано разграничение законов физики на квантовые и классические $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ м²/с.

ЛЕКЦИЯ 2. ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ В МОДЕЛЬНЫХ И АНАЛОГОВЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

2.1. Модельные эксперименты

При изучении сложных физических процессов часто имеет смысл провести измерения в увеличенном или уменьшенном масштабе на модельной системе, свойства которой можно легко изменять, добиваясь определенных входных граничных условий.

Замена реальной физической системы с помощью модели основана на законах подобия, которые позволяют перенести результаты измерений, полученные на модели, на исходную физическую систему.

Два физических процесса называют подобными, если они подчиняются одним и тем же физическим законам и все величины, характеризующие один процесс, можно преобразовать в величины для другого процесса простым умножением на постоянные коэффициенты. Их называют коэффициентами подобия. При полном подобии законы подобия одновременно выполняются для всех основных величин, характеризующих процесс.

2.2. Геометрическое и временное подобие

Такое подобие ограничивается подобием длин l или подобием

времени t

$$l_1 = \lambda l_2; \quad (2.1)$$

$$t_1 = \tau t_2. \quad (2.2)$$

В первом случае говорят о геометрическом подобии между моделью (2) и оригиналом (1). Во втором случае имеет место временное подобие.

2.3. Кинематическое подобие

Если в подобии одновременно действуют оба коэффициента λ и τ , то говорят о кинематическом подобии с коэффициентом подобия ϕ_v для скорости

$$\vec{v}_1 = \phi_v \vec{v}_2 = \frac{\lambda}{\tau} \vec{v}_2. \quad (2.3)$$

Это означает, что все векторы скоростей в модели и оригинале связаны между собой приведенным соотношением. В потоке линии тока будут подобны в соответствующие моменты времени.

2.4. Динамическое подобие

Часто вместо подобия масс используют подобие сил:

$$\vec{F}_1 = \phi \vec{F}_2, \quad (2.4)$$

т.е. все силы, приложенные к аналогичным точкам модели и оригинала, подчиняются этому соотношению.

Используя уравнение движения $\vec{F} = m\vec{a}$, с помощью коэффициента подобия для массы $\mu = \frac{m_1}{m_2}$ получим общий динамический закон подобия

$$m_1 \vec{a}_1 = \phi m_2 \vec{a}_2; \quad (2.5)$$

$$\mu m_2 \frac{\lambda}{\tau^2} \vec{a}_2 = \phi m_2 \vec{a}_2; \quad (2.6)$$

$$\phi \tau^2 \mu^{-1} \lambda^{-1} = 1. \quad (2.7)$$

Уравнение (2,7) и является математической формой записи общего динамического закона подобия. Его называют ньютоновским законом подобия. Из него следует, что в динамическом модельном эксперименте существуют три произвольных параметра (коэффициента подобия). В частном случае этот закон описывает геометрические подобные тела с плотностями ρ_1 и ρ_2 , объемами V_1 и V_2 .

Так как коэффициент подобия для массы равен $\mu = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2} = \lambda^3 \frac{\rho_1}{\rho_2}$, то закон подобия принимает вид

$$\phi = \frac{\mu \lambda}{\tau^2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\lambda^4}{\tau^2}. \quad (2.8)$$

2.4. Критерии подобия

Законы подобия следуют из основных уравнений, описывающих физические процессы. Иногда полезен анализ размерностей. Наряду с законами подобия существуют безразмерные величины, которые характеризуют физические процессы. Их называют критериями подобия.

Два физических процесса подобны, если все критерии подобия, описывающие эти процессы, попарно равны друг другу.

Заменим в законе подобия (2.8) коэффициенты отношениями физических величин

$$\frac{F_1}{F_2} \frac{t_1^2}{t_2^2} \frac{m_2}{m_1} \frac{l_2}{l_1} = 1 \quad (2.9)$$

то получим безразмерные величины

$$\frac{F_1 t_1^2}{m_1 l_1} = \frac{F_2 t_2^2}{m_2 l_2}. \quad (2.10)$$

Этот критерий подобия динамики называют числом Ньютона (N_e)

$$N_e = \frac{F t^2}{m l} \text{ или } N_e = \frac{F l}{m v^2}. \quad (2.11)$$

2.5. Закон подобия Рейнольдса

При течении реальных жидкостей возникают силы внутреннего трения. При этом между соседними слоями действует сила трения

$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{dv}{dx} S, \quad (2.12)$$

где η - коэффициент динамической вязкости;

S – площадь соприкосновения слоев;

$\frac{dv}{dx}$ - градиент скорости.

Коэффициент подобия силы трения равен

$$\phi_R = \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{\lambda^2}{\tau}. \quad (2.13)$$

Вводя коэффициент кинематической вязкости $\nu = \eta/\rho$, с учетом закона динамического подобия, получим закон подобия Рейнольдса

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\lambda^4}{\tau^2} \\ \phi &= \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{\lambda^2}{\tau} \end{aligned} \right\},$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\lambda^4}{\tau^2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{\lambda^2}{\tau} \Rightarrow \nu_1 \frac{\lambda^2}{\tau} = \frac{1}{\nu_2}$$

или

$$\tau = \frac{\nu_2}{\nu_1} \lambda^2. \quad (2.14)$$

Соответствующий критерий подобия называют числом Рейнольдса R_e . С учетом того, что $\lambda = \frac{l_1}{l_2}$ и $\tau = \frac{t_1}{t_2}$ оно равно

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\nu_2}{\nu_1} \frac{l_1^2}{l_2^2} \Rightarrow \frac{l_1^2}{\nu_1 t_1} = \frac{l_2^2}{\nu_2 t_2};$$

$$R_e = \frac{l^2}{\nu t} \text{ или } R_e = \frac{\nu l}{\nu}. \quad (2.15)$$

Эта величина широко используется в качестве параметра, характеризующего тип течения потоков жидкостей (ламинарное, турбулентное).

2.6. Статическое подобие

Из уравнения для коэффициентов подобия сил можно получить законы подобия в статике.

Для упругих сил, подчиняющихся закону Гука $\sigma = E\varepsilon$, существует коэффициент подобия

$$\phi E = \frac{E_1}{E_2} \lambda^2. \quad (2.16)$$

Из этого выражения получается закон подобия Гука для упру-

ГИХ СИЛ

$$\frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{\sigma_2}{E_2} \sigma. \quad (2.17)$$

Соответствующий критерий называют числом Гука H_0 :

$$H_0 = \frac{\sigma}{E}. \quad (2.18)$$

Этот закон подобия применяется при изучении упругих напряжений с помощью прозрачных моделей. К моделям прикладывают такие же внешние нагрузки, как к оригиналам. В материале модели возникает двойное лучепреломление. Нагруженную модель помещают в оптическую систему со скрещенными поляризирующими фильтрами и наблюдают интерференционную картину, которая показывает распределение упругих напряжений внутри детали.

2.7. Законы подобия электронной и ионной оптики

На заряженные частицы в постоянных электрических и магнитных полях действуют силы

$$\vec{F} = q\vec{E} = -q \cdot \text{grad}\phi \text{ и } \vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (2.19)$$

Переход к другим значениям полей с использованием коэффициентов подобия ε_E и β_B приводит к выражениям

$$\vec{E}_1 = \varepsilon_E \vec{E}_2 \text{ и } \vec{B}_1 = \beta_B \vec{B}_2. \quad (2.20)$$

Из выражений (2.19) получим коэффициенты подобия для сил

$$\phi_E = \left(\frac{q_1}{q_2} \right) \varepsilon_E \text{ и } \phi_B = \left(\frac{q_1}{q_2} \right) \left(\frac{\lambda}{\tau} \right) \beta_B. \quad (2.21)$$

Если частицы не релятивистские, то выполняется ньютоновский закон подобия $\phi \tau^2 \mu^{-1} \lambda^{-1} = 1$, который приводит к выражениям

$$\left(\frac{q_1}{q_2} \right) \varepsilon_E = \frac{\mu \lambda}{\tau^2}; \quad \left(\frac{q_1}{q_2} \right) \frac{\tau^2}{\mu \cdot \lambda} \varepsilon_E = 1; \quad (2.22)$$

$$\frac{q_1}{q_2} \frac{\tau}{\mu} \beta_B = 1. \quad (2.23)$$

Для электрического и магнитного полей логично записать законы подобия

$$\frac{q_1}{m_1} \frac{t_1^2}{l_1} E_1 = \frac{q_2}{m_2} \frac{t_2^2}{l_2} E_2 \text{ и } \frac{q_1}{m_1} t_1 B_1 = \frac{q_2}{m_2} t_2 B_2. \quad (2.24)$$

Введя величины кинетической энергии $E_k = \frac{mv^2}{2}$ и импульса $p = mv$, получим

$$\frac{q_1 E_1 l_1}{E_{k1}} = \frac{q_2 E_2 l_2}{E_{k2}} \text{ и } \frac{q_1 B_1 l_1}{p_1} = \frac{q_2 B_2 l_2}{p_2}. \quad (2.25)$$

Используя взаимосвязь между напряженностью поля и разностью потенциалов $U = \int_S (\vec{E} \cdot d\vec{S})$, получим

$$U = ES; \\ U_1 = E_1 S_1 = \varepsilon_E E_2 S_1 = \varepsilon_E \frac{U_2}{S_2} S_1 = \varepsilon_E \lambda U_2. \quad (2.26)$$

Тогда для соотношений (2.25) можно записать

$$\frac{q_1 U_1}{E_{k1}} = \frac{q_2 U_2}{E_{k2}}. \quad (2.27)$$

Таким образом, критерии подобия для движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях имеют вид

$$\frac{qU}{E_k} \text{ и } \frac{qBl}{p}. \quad (2.28)$$

Если подобны начальные условия, то при равенстве этих критериев, траектории частиц будут подобны друг другу. Указанные законы играют большую роль в электронной и ионной оптике.

2.8. Временной масштаб модельных экспериментов

Определенные возможности для измерений открываются в измененном масштабе времени. Если в законах подобия, описывающих систему, все коэффициенты подобия равны единице, за исключением коэффициентов для времени, то справедливо отношение

$$t_2 \sim \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^k t_1, \quad (2.29)$$

где $k = 1/2; 1; 2$.

Это означает, что в уменьшенных моделях все динамические процессы будут протекать в (t_1/t_2) раз быстрее. На таких моделях можно изучать процессы, которые в реальных системах начнутся лишь в отдаленном будущем.

2.9. Аналоговые эксперименты

Аналогами называют физические процессы, имеющие разную природу, но описываемые одними и теми же дифференциальными уравнениями при соответствующих начальных и граничных условиях. Аналогия между процессами различного типа позволяет изучать схожие физические системы с помощью других процессов более удобных для исследования.

2.9.1. Аналогия между процессами переноса

Рассмотрим теплопроводность, диффузию и электроперенос. Плотности соответствующих потоков подчиняются соответственно первому закону Фурье теплопроводности, первому закону Фика для диффузии и закону Ома

$$\vec{j}_T = -\lambda_T \cdot \nabla T; \quad \vec{j}_n = -D \cdot \nabla n; \quad \vec{j}_E = -\gamma \cdot \nabla \varphi. \quad (2.30)$$

Такая аналогия позволяет решать сложные теплотехнические задачи с помощью различных электрических аналогов.

Для нестационарных процессов имеет место похожая аналогия

$$\frac{\delta T}{\delta t} = a \cdot \nabla^2 T; \quad \frac{\delta n}{\delta t} = D \cdot \nabla^2 n; \quad \frac{\delta V}{\delta t} = \frac{\gamma}{C} \cdot \nabla^2 \varphi. \quad (2.31)$$

Третье уравнение следует из уравнения непрерывности для плотности заряда и при подстановке уравнения $\vec{j}_E = -\gamma \cdot \nabla \varphi$ и введении соотношения $dq = C \cdot d\varphi$.

$$\frac{\delta q}{\delta t} + \nabla j_E = 0. \quad (2.32)$$

Аналогия между двумя системами достигается, когда соответствующие коэффициенты подобия равны.

Например, в конструкции, выполненной из различных материалов, несколько точечных источников тепла создают пространственное распределение температуры, которое зависит от времени. Чтобы найти это распределение можно построить модельную систему, основанную на аналогии между диффузией и теплопроводностью. Таким же образом создают модель и изучают диффузию радиоактивных частиц. С помощью детекторов находят распределение радиоактивного вещества в модели после диффузии.

ЛЕКЦИЯ № 3. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА. ЕСТЕСТВЕННЫЕ ПРЕДЕЛЫ ИЗМЕРЕНИЙ

3.1. Основные блоки измерительных устройств

Для проведения измерений обычно используют приборы и передаточные элементы, которые вместе образуют измерительные устройства. Такое измерительное устройство можно условно изобразить с помощью блок-схемы, хотя каждый из показанных на ней приборов может в свою очередь представлять собой целое измерительное устройство (рис. 3.1).

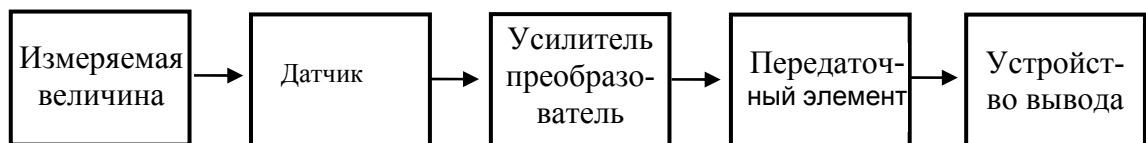


Рис. 3.1

На вход датчика (его часто называют чувствительным элементом) поступает измеряемая величина, а на его выходе возникает сигнал, предназначенный для дальнейшей обработки.

Этот сигнал зависит от измеряемой величины. Типичным датчиком является фотодиод, на который падает свет. Затем слабые сигналы могут усиливаться специальным усилителем или с помощью преобразователя преобразовываться к более удобному виду. Передаточный элемент (электрический проводник, беспроводная система) передает сигнал на устройство вывода, которое либо непосредственно выдает информацию экспериментатору, либо хранит ее для дальнейшей обработки с помощью компьютера. Очень часто ЭВМ подсоединена к измерительному устройству, тогда обработка данных происходит непосредственно в процессе измерений.

С точки зрения системного анализа вся экспериментальная установка, так же как и ее отдельные блоки, функционально одинакова. В систему подается входной сигнал x_e , а после обработки на ее выходе появляется сигнал x_a . Обе эти величины связаны друг с другом определенными соотношениями, которые характеризуют систему. Эти соотношения называют передаточными характеристиками. Многие передаточные характеристики не зависят от конкретного прибора, а имеют общую природу.

3.2. Передаточные характеристики

3.2.1. Статические передаточные характеристики

Стационарное состояние измерительного устройства М (или отдельного элемента) достигается, когда заканчиваются все переходные процессы после подачи на вход постоянного сигнала x_e . Между выходным x_a и входным x_e сигналами существует функциональная зависимость (рис. 3.2)

$$x_a = f(x_e). \quad (3.1)$$

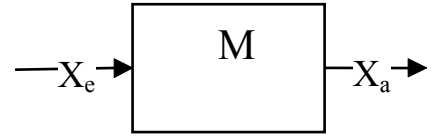


Рис. 3.2

Такая функциональная зависимость для измерительной системы должна быть однозначной. Она, например, не должна обладать гистерезисом (при возрастании и убывании измеряемой величины зависимость $f(x_e)$ должна оставаться одной и той же).

В этом смысле весьма опасны медленные необратимые изменения характеристики, которые могут быть связаны со старением отдельных деталей. Заметить такое изменение можно только с помощью повторного контроля зависимости между входной и выходной величинами. Точно так же следует учитывать и влияние внешних условий (давления воздуха, температуры, разогрева приборов при длительной работе).

Если функциональная зависимость (3.1) изображена графически, то ее называют характеристической кривой. С точки зрения техники измерений удобнее всего работать с линейными зависимостями, т. е. прямыми, которые к тому же проходят через начало отсчета

$$x_a = K x_e. \quad (3.2)$$

Величину K называют коэффициентом передачи, её размерность равна $[K] = [x_a] \cdot [x_e]^{-1}$. Если речь идет о сложном измерительном приборе или целом измерительном устройстве, то величину K обычно называют чувствительностью S .

Величина чувствительности показывает, какое изменение Δx_e входного сигнала необходимо для того, чтобы выходной сигнал изменился на Δx_a :

$$S = \frac{\Delta x_a}{\Delta x_e} \equiv K \quad (3.3)$$

Если схема содержит нелинейный элемент, то чувствительность S определяется по нелинейной характеристической кривой с помо-

щью производной:

$$S = \frac{dx_a}{dx_e}. \quad (3.4)$$

В этом случае чувствительность уже не постоянна, а зависит от рабочей точки $[x_e; x_a]$. При небольшом изменении измеряемых величин нелинейную характеристическую кривую часто можно приближенно заменить с помощью касательной к этой кривой в рабочей точке $[x_e; x_a]$.

3.2.2. Динамические свойства линейных передаточных элементов

Если входная величина $x_e(t)$ быстро меняется со временем, то выходная величина может содержать искажения. Хотя передаточные характеристики прибора можно в принципе рассчитать, зная характеристики всех отдельных элементов, полную уверенность дает лишь прямая экспериментальная проверка. Только она позволяет учесть все факторы, которые могут исказить выходной сигнал. В таких проверочных опытах входная величина изменяется по заданному закону, а выходная регистрируется с достаточно большим разрешением по времени. Зависимости $x_e(t)$, которые используют для контроля передаточных характеристик прибора, называют контрольными функциями, а результирующие зависимости $x_a(t)$ на выходе — функциями отклика. Наиболее важными контрольными функциями являются ступенчатая, единичная импульсная (δ -функция) и синусоидальная функции.

3.2.2.1. Передача непериодического сигнала

На рисунке 3.3 показаны характеристики системы первого порядка, на вход которой подается сигнал, имеющий форму ступени (скачкообразная функция, рис. 3.3а). Система первого порядка описывается дифференциальным уравнением первого порядка. Функция отклика на скачкообразный сигнал (рис. 3.3б), которая описывает сигнал на выходе, экспоненциально стремится к постоянному значению $x_{a0} = Kx_{e0}$. При $t \geq t_0$

$$x_a(t) = Kx_{e0} \left[1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{T}} \right], \quad (3.5)$$

где T — постоянная времени.

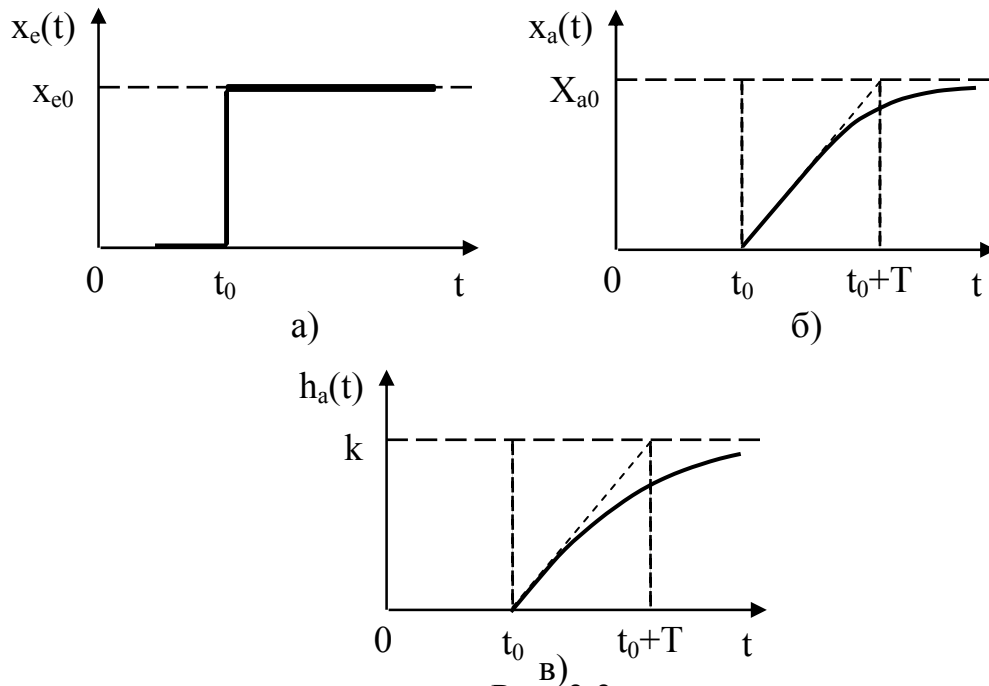


Рис. 3.3

В момент времени $t_0 + T$ выходной сигнал составляет всего 63 % нового стационарного значения, а через $5T$ он составляет 99 % стационарного значения. Временем установления T_E называют промежуток времени, в конце которого выходной сигнал $x_a(t)$ отличается от стационарного значения Kx_{e0} на 5; 1 или 0,1 %.

Для сравнения различных систем функцию отклика на скачкообразный сигнал на входе нормируют на величину ступени x_{e0} входного сигнала

$$h_a(t) = \frac{x_a(t)}{x_{e0}} = K \cdot \left[1 - e^{-\frac{t-t_0}{T}} \right] \quad (3.6)$$

Эту нормированную функцию отклика называют переходной функцией (рис. 3в).

Большинство систем описывается дифференциальными уравнениями второго или более высокого порядка. Поэтому переходная функция достигает стационарного значения не экспоненциально, а по более сложному закону. Функция отклика может стремиться к K плавно или с затухающими колебаниями возле K . Плавное изменение функции отклика, как правило, более предпочтительно. Соответствующие примеры показаны на рисунке 3.4.

На рисунке 3.4а выходной сигнал приближается к стационарному значению K с колебаниями возле K . Выходной сигнал плавно приближается к стационарному значению K (рис. 3.4б). В случае колебаний функции отклика возле K временем установления называют время, после которого функция отклика не выходит за пределы определенной полосы возле K (на рисунке показана полоса шириной $\pm 5\%$). В системах с плавным изменением функции отклика время установления T_E определяют так же, как в системах первого порядка. Для практических целей удобно пользоваться и так называемым временем нарастания T_A . Это время, за которое функция отклика $h_a(t)$ нарастает от $0,1$ до $0,9 K$.

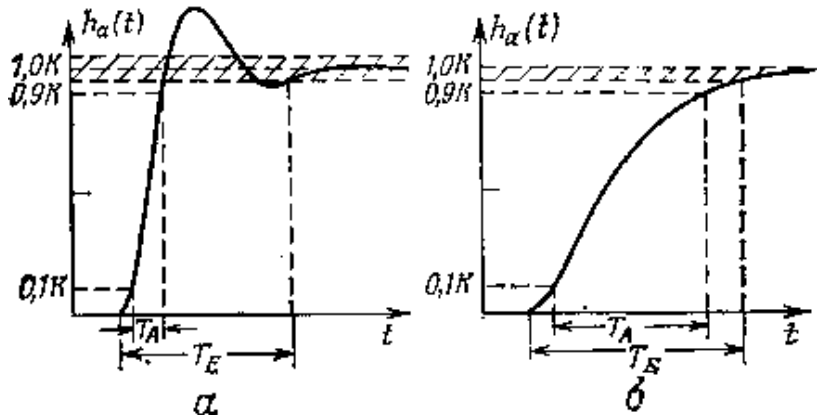


Рис. 3.4

В других случаях удобнее описывать передаточные характеристики с помощью единичной импульсной функции. Так, например, в фотоэлектронном умножителе электрон, вылетевший с фотокатода, вызывает на аноде импульс тока, ширина и форма которого определяются разбросом времен свободного пробега в ФЭУ. В качестве другого примера можно привести импульс света, возникающий в сцинтилляторе, когда туда попадает квант излучения или частица.

Единичная импульсная функция $x_e(t)$ представляет собой короткий импульс прямоугольной формы продолжительностью Δt с амплитудой x_{e0} . При этом величина Δt должна быть настолько малой, чтобы за этот промежуток времени не возникало никакого сигнала $x_a(t)$ на выходе устройства. В пределе $\Delta t \rightarrow 0$ единичная импульсная функция математически описывается δ -функцией Дирака

$$x_e(t) = x_{e0} \delta(t), \quad (3.7)$$

где $x_{e0} = \int_{-\infty}^{\infty} x_e(t) \cdot dt$.

Функцию отклика на единичный импульс $x_a(t)$ обычно нормируют на x_{e0} , т. е. на площадь под кривой $x_e(t)$. В этом случае ее называют реакцией на единичный импульс, или весовой функцией

$$g_a(t) = \frac{x_a(t)}{x_{e0}} g_a(t) = x_a(t)/x_{e0}. \quad (3.8)$$

Тогда для любого произвольного входного сигнала $x_e(t) \neq 0$ при $t \geq 0$ можно представить функцию отклика как интеграл Дюамеля от произведения функции $x_e(\tau)$ на весовую функцию

$$x_a(t) = \int_0^t x_e(\tau) \cdot g_a(t - \tau) \cdot d\tau. \quad (3.9)$$

Единичная импульсная функция получается при дифференцировании ступенчатой функции. Поэтому отклик системы на единичную импульсную функцию тесно связан с откликом на ступенчатый входной сигнал:

$$g_a(t) = \frac{dh_a(t)}{dt}. \quad (3.10)$$

Если задана переходная функция, то выражение (3.9) приобретает вид

$$x_a(t) = \int_0^t x_e(\tau) \frac{dh_a(t - \tau)}{d\tau} \cdot d\tau = \int_0^t \frac{dx_e}{d\tau} h_a(t - \tau) \cdot d\tau. \quad (3.11)$$

Используя выражение (3.9) и преобразования Лапласа, если необходимо, по выходному сигналу можно восстановить форму входного сигнала. С помощью преобразования Лапласа можно получить функцию-изображение для входного сигнала. Так, например, используя обратное преобразование Лапласа, получим

$$L\{x_a(t)\} = L\{x_e(t)\} \cdot L\{g_a(t)\}. \quad (3.12)$$

Из выражения (3.12) хорошо видно, что функция-изображение, полученная с помощью преобразования Лапласа для весовой функции, полностью определяет передаточные свойства системы. Поэтому ее называют передаточной функцией системы, в общем виде она определяется выражением

$$H(s) = \frac{Lx_a(t)}{Lx_e(t)} = g_a(t). \quad (3.13)$$

Такой способ описания передаточной функции имеет важное преимущество в том случае, когда измерительное устройство состоит из элементов, соединенных последовательно. При этом общая передаточная функция устройства равна произведению передаточных функций отдельных элементов

$$H(s) = \prod_{i=1}^n H_i(s). \quad (3.14)$$

3.2.2.2. Передача периодического сигнала

При передаче периодического сигнала в качестве контрольной функции используют синусоидальную функцию. После завершения переходных колебательных процессов входной периодический сигнал

$$x_e(t) = x_{e0} \cdot e^{i\omega t} \quad (3.15)$$

вызывает на выходе периодический сигнал с такой же циклической частотой ω , но с другой амплитудой x_{a0} и со сдвигом по фазе φ , которые зависят от ω

$$x_a(t) = x_{a0}(\omega) \cdot e^{i[\omega t + \varphi(\omega)]}. \quad (3.16)$$

Зависимость между входным и выходным сигналами называют комплексной частотной характеристикой

$$H(\omega) = \frac{x_{a0}(\omega)}{x_{e0}} \cdot e^{i\varphi(\omega)} \quad (3.17)$$

В пределе когда $\omega \rightarrow 0$ комплексная частотная характеристика переходит в статический коэффициент передачи K .

Для размерностей справедливо соотношение $[H] = [K] = \frac{[x_a]}{[x_e]}$.

Функцию $H(\omega)$ можно представить с помощью годографа на гауссовой комплексной плоскости, однако на практике обычно используют представление комплексной частотной характеристики с помощью так называемой диаграммы Бode. Диаграмма Бode представляет собой зависимость фазы и логарифма отношения амплитуд от логарифма частоты.

На рисунке 3.5 для примера показаны амплитудная и фазовая характеристики передаточного элемента первого порядка. При низких частотах амплитуда не зависит от частоты. Начиная с некоторой величины ω_g , выходной сигнал становится все слабее, а разность фаз возрастает. При высоких частотах передаточные характеристики системы ухудшаются. По-

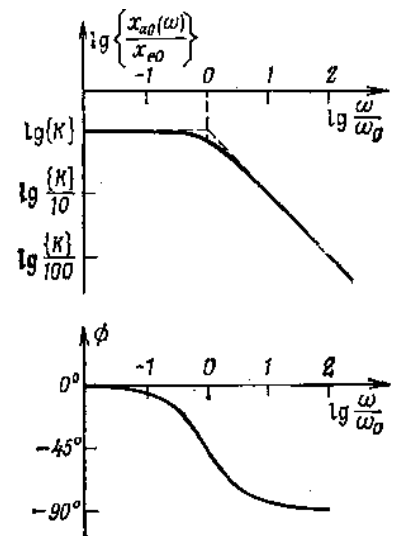


Рис. 3.5

этому принято определять так называемую граничную частоту ω_g , при которой амплитуда падает до $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (т. е. примерно до 71 %) исходного значения. При измерениях такие большие искажения амплитуды недопустимы. Поэтому в качестве допустимого отклонения выбирают значения 10; 5; 1 % или наибольшей допустимой частотой считают частоту, которая в 10 раз меньше граничной

$$\omega \leq \frac{\omega_g}{10}. \quad (3.18)$$

На подобных графиках обычно приводят значения частоты ω , нормированные на частоту ω_0 . Хотя величину ω_0 можно выбрать произвольно, но, как правило, в качестве ω_0 используют граничную частоту ω_g или частоту собственных колебаний в системе. На рисунке 3.5 представлены свойства системы, которую называют фильтром нижних частот.

Одним из наиболее простых фильтров нижних частот, у которого входной и выходной сигналы имеют одну и ту же физическую природу, является RC-цепочка (рис. 3.6).

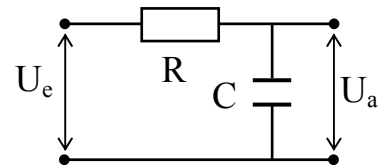


Рис. 3.6

Комплексную частотную характеристику RC-цепочки можно представить в виде отношения полных сопротивлений, если RC-цепочка подключена как делитель напряжения

$$H(\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{i\omega C \left[R + \frac{1}{i\omega C} \right]} = \frac{1}{1 + i\omega RC}. \quad (3.19)$$

Из формулы (3.19) имеем

$$\begin{aligned} |H(\omega)| &= 1 / \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2} \\ \varphi &= -\arctg(\omega RC) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Так как граничная частота равна

$$\omega = \frac{1}{RC}, \quad (3.21)$$

то

$$\lg |H(\omega)| = -\frac{1}{2} \lg \left(\frac{\omega^2}{\omega_g^2} \right) \quad (3.22)$$

$$\varphi = -\arctg \frac{\omega}{\omega_g}$$

Кривые представленные на рисунке 3.5 соответствуют выражению (3.22) с точностью до постоянного множителя K на амплитудной характеристике.

Обычно область частот между 0 и ω_g называют полосой пропускания, в то время как полосой пропускания измерительных систем называют интервал от 0 до $\frac{\omega_g}{10}$.

Решая дифференциальное уравнение, можно получить постоянную времени для передаточной функции RC-цепочки (это выражение справедливо для всех систем первого порядка)

$$\omega_g = \frac{1}{T}. \quad (3.23)$$

Учитывая (3.6), для времени нарастания T_A имеем

$$T_A = \frac{\ln 9}{\omega_g} \approx \frac{2,2}{\omega_g}. \quad (3.24)$$

Время установления T_E с точностью 1 % равно

$$T_E \approx \frac{5}{\omega_g}. \quad (3.25)$$

Аналогичные выражения можно получить и для систем более высокого порядка. В этих случаях на практике часто пользуются выражениями (3.24) и (3.25).

Элементы со свойствами фильтра верхних частот можно использовать только при динамических измерениях. Такие элементы полностью подавляют низкочастотную составляющую сигнала вместе с постоянной составляющей. На рисунке 3.7 показана типичная амплитудная характеристика фильтра верхних частот.

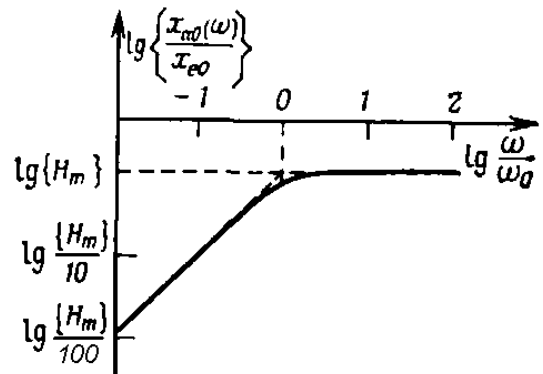


Рис. 3.7

На рисунке 3.8 представлена

схема простейшего фильтра верхних частот, CR-цепочка. Амплитудная характеристика, представленная на рисунке 3.7, описывает свойства CR-цепочки с точностью до постоянного множителя. Нижняя граничная частота фильтра верхних частот соответствует $\frac{1}{\sqrt{2}}$ от максимального

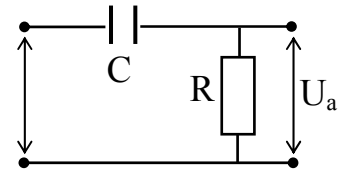


Рис. 3.8

значения амплитуды.

Частотная характеристика CR-цепочки определяется из отношения полных сопротивлений

$$H(\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}. \quad (3.26)$$

Амплитудная и фазовая характеристики описываются выражениями

$$|H(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} = \frac{\omega / \omega_{gu}}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_{gu})^2}}, \quad (3.27)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{1}{\omega RC}\right) = \arctg\left(\frac{\omega_{gu}}{\omega}\right).$$

Нижняя граничная частота равна

$$\omega_{gu} = \frac{1}{RC}. \quad (3.28)$$

Если в системе могут возникать собственные колебания с частотой ω_0 , то на амплитудной характеристике такой системы появляется характерный максимум возле ω_0 . На рисунке 3.9 показан пример

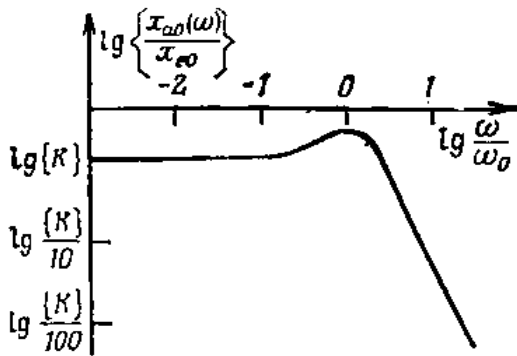


Рис. 3.9

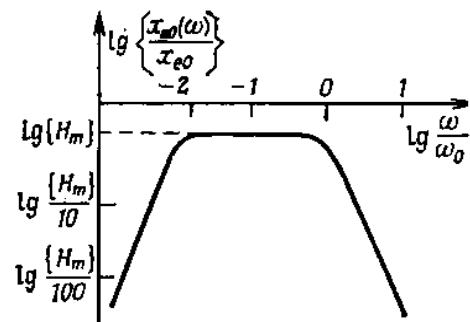


Рис. 3.10

соответствующего фильтра нижних частот. Комбинация фильтра

верхних и нижних частот позволяет получить так называемый полосовой фильтр (рис. 3.10).

3.3. Электрические линии

3.3.1. Электрические линии как передаточные элементы

Важнейшими передаточными элементами являются однородные электрические линии. В измерительных устройствах (рис. 3.1) они служат не только для прямого подключения одного элемента к другому, но и для передачи сигналов на большие расстояния. Для этого обычно используют так называемые коаксиальные кабели. В таком кабеле проводники имеют форму цилиндров (внутренний и внешний), между которыми расположен цилиндрический слой диэлектрика.

Электрические и магнитные поля сигналов, проходящих по такому кабелю, локализуются в пространстве между цилиндрическими проводниками, причем внешний проводник одновременно играет роль экрана, защищающего сигнал от воздействия помех.

Кажущаяся простота такого передаточного элемента часто приводит к тому, что передаточные характеристики электрических линий не принимают в расчет. Это может привести к грубым ошибкам при измерениях.

Ниже приведены некоторые примеры таких ошибок. Пусть короткий импульс света от лазера на красителях регистрируется с помощью фотодиода, а сигнал отображается на экране быстродействующего осциллографа. На рисунке 3.11а показан сигнал, возни-

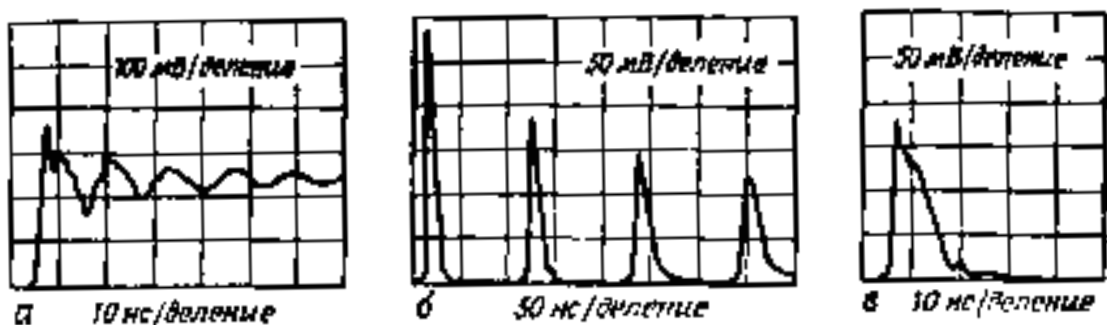


Рис. 3.11

кающий на экране осциллографа, если выход фотодиода подсоединить к высокоомному входу осциллографа ($R_0 = 1 \text{ МОм}$) с помощью обычного коаксиального кабеля длиной 1 м. Если длина кабеля равна

$l = 11$ м, то на экране осциллографа возникнет последовательность импульсов, показанная на рисунке 3.11б. И лишь когда полное входное сопротивление будет равно волновому сопротивлению кабеля (здесь $R_0 = 50$ Ом), на экране осциллографа получается правильная форма импульса напряжения (рис. 3.11в).

На рисунке 3.12 показано, как влияет длина проводника на передачу высокочастотного сигнала, хотя обычно считают, что потери в так называемом высокочастотном кабеле пренебрежимо малы. Во всех трех случаях, показанных на рисунке 3.12, волновое сопротивление кабеля было подобрано правильно. При длине кабеля $l = 1$ м модуляция лазерного импульса еще хорошо видна на экране осциллографа (рис. 3.12а). Когда длина кабеля равна $l = 11$ м, модуляция существенно ослабляется (рис. 3.12б). При длине кабеля $l = 79$ м затухание в электрической линии уже очень сильно искажает форму импульса (рис. 3.12в).

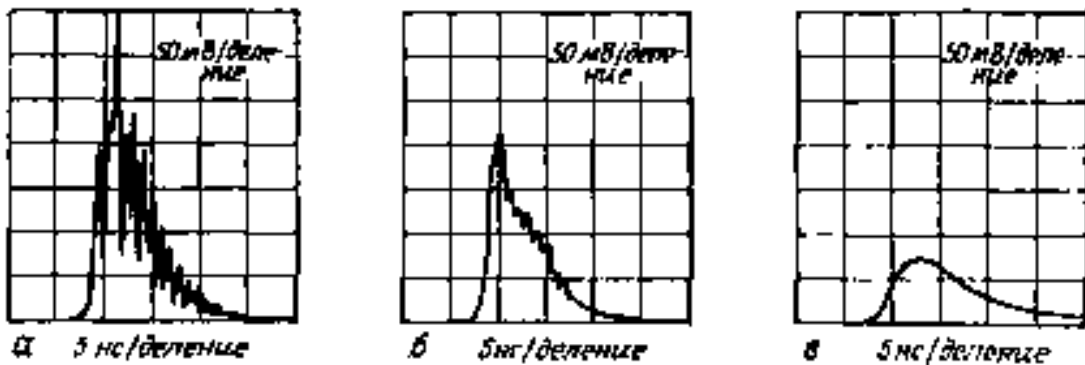


Рис. 3.12

3.3.2. Уравнения линий связи

Чтобы определить передаточные характеристики электрических линий, рассмотрим короткий кусок двойного проводника. В этом случае длина dz элемента проводника должна быть очень мала по сравнению с длиной волны сигнала, распространяющегося вдоль линии. На рисунке 3.13 показаны соотношения для токов и напряжений, которые зависят от координаты z

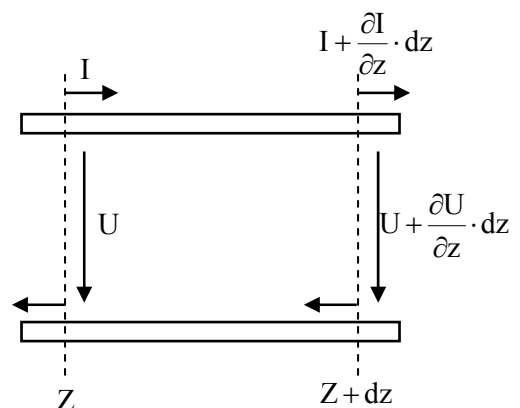


Рис. 3.13

и времени t . По соседним участкам двух проводников течет ток $I(z)$ (в противоположных направлениях), а сопротивление этих двух участков равно dR . Каждый из двух проводов окружен магнитным полем и, следовательно, обладает индуктивностью dL . Емкость двухпроводного участка длиной dz равна dC , а потери в диэлектрике, разделяющем два провода, составляют dG . Эти величины обычно принято относить к длине проводника. Их называют погонными величинами: погонное сопротивление $R' = \frac{dR}{dz}$; погонная индуктивность

$$L' = \frac{dL}{dz}; \text{ погонная утечка } G' = \frac{dG}{dz}; \text{ погонная ёмкость } C' = \frac{dC}{dz}.$$

Эти четыре погонные величины полностью определяют электрические характеристики проводника, и если они постоянны вдоль всей длины проводника, то его называют однородным.

Уравнения для двухпроводной линии можно легко получить с помощью эквивалентной электрической схемы для участка длиной dz (рис. 3.14)

$$\begin{aligned} dI &= \frac{dI}{dz} dz = -UG' dz - C' \frac{dU}{dt} dz; \\ dU &= \frac{dU}{dz} dz = -IR' dz - L' \frac{dI}{dt} dz \end{aligned} \quad (3.29)$$

или

$$-\frac{dI}{dz} dz = UG' + C' \frac{dU}{dt}; \quad (3.30)$$

$$-\frac{dU}{dz} dz = IR' + L' \frac{dI}{dt}. \quad (3.31)$$

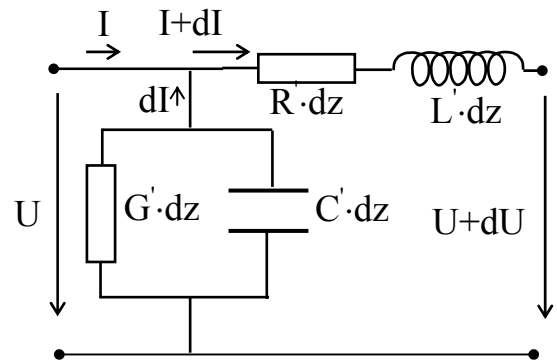


Рис. 3.14

Если продифференцировать уравнение (3.30) по t , а уравнение (3.31) по z , затем подставить уравнение для напряжения, то получим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = L'C' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (R'C' + G'L') \frac{\partial U}{\partial t} + R'G'U. \quad (3.32)$$

Выражение (3.32) часто называют телеграфным уравнением. Соответствующее выражение для тока имеет точно такой же вид, только вместо U в нем стоит I .

3.4. Передаточные характеристики электрических линий

3.4.1. Статический коэффициент передачи

Если $\frac{d}{dt} = 0$ и $\frac{d^2}{dt^2} = 0$, то

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= R'G'U; \\ \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} &= R'G'I \end{aligned} \quad (3.33)$$

В этом случае напряжение и ток полностью определяются омическими и диэлектрическими потерями вдоль проводника. Решения дифференциальных уравнений (3.33) имеют вид

$$U = U_1 \cdot e^{-\lambda \cdot z} + U_2 \cdot e^{\lambda \cdot z};$$

$$I = I_1 \cdot e^{-\lambda \cdot z} + I_2 \cdot e^{\lambda \cdot z},$$

где $\lambda = \sqrt{R'G'}$;

U_1, U_2, I_1 и I_2 – постоянные, которые определяются из граничных условий, а также из уравнений (3.30) и (3.31).

Если напряжение в начальной точке ($z = 0$) равно U_e , а сопротивление R_a , то получим статический коэффициент передачи K для проводника длиной l

$$K = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\operatorname{ch}(\sqrt{R'G'}l + \frac{\sqrt{R'}}{R_a \sqrt{G'} + \operatorname{sh}(\sqrt{R'G'}l)}}. \quad (3.34)$$

Погонное сопротивление вычисляют как омическое сопротивление внутреннего и внешнего проводника на единицу длины. Для типичного кабеля оно составляет $R' = 2 \cdot 10^{-3}$ Ом/м. Погонная утечка из-за высокого сопротивления диэлектрика крайне мала. Она составляет по порядку величины $G' \approx 10^{-9}$ Ом⁻¹/м⁻¹. Тогда при $\sqrt{R' \cdot G'} \ll 1$ выражение (3.34) переходит в уравнение

$$K = \frac{R_a}{R_a + R'l}. \quad (3.35)$$

Иным словами, в большинстве практически важных случаев $K \approx 1$.

3.4.2. Передача сигналов по световодам

3.4.2.1. Принцип действия оптических передающих систем

Передача света по стеклянным волокнам хорошо известна и

давно используется для различных целей. Но только появление в начале 70-х годов волокон с чрезвычайно малым затуханием света привело к бурному развитию оптических передающих систем, которые резко изменили технику связи.

Принципиальная схема оптической передающей системы представлена на рис. 3.15.



Рис. 3.15

Оптическая передающая система состоит из трех основных элементов: передатчика (лазера или светодиода, который преобразует электрический ток в световое излучение); диэлектрического световода (стеклянного волокна) и приемника (фотодиода), который вновь преобразует световой сигнал в электрический сигнал.

Передатчик и приемник служат электрооптическим и оптоэлектрическим преобразователями. Таким образом, для передачи сигнала в световой форме необходимы два дополнительных устройства в отличие от передачи по коаксиальному кабелю.

Оптические системы обладают, по меньшей мере, одним очень важным свойством: они не приводят к связи по току и напряжению между передатчиком и приемником сигнала. Отпадают трудности, связанные с заземляющим контуром. Передатчик или приемник могут одновременно находиться под высоким потенциалом, а кабель со световодами нечувствителен к электромагнитным помехам.

3.4.2.2. Передаточные свойства световода

Оптический волновод состоит из диэлектрического волокна (сердцевины) с коэффициентом преломления n_K , который превышает коэффициент преломления n_M оболочки. Если световое излучение падает на внутреннюю поверхность оболочки под углом γ , который больше угла полного внутреннего отражения γ_G , то

$$\gamma_G = \arcsin\left(\frac{n_M}{n_K}\right). \quad (3.36)$$

В этом случае световое излучение полностью отразится от обо-

лучки и будет распространяться в стеклянном волокне, даже если волокно изогнуто. Принципиальная схема световода со ступенчатым профилем представлена на рисунке 3.16.

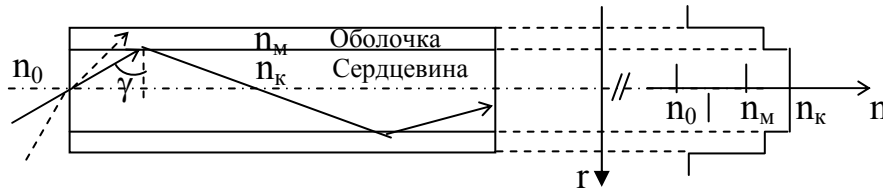


Рис. 3.16

При этом угол падения света на входе в световод θ не должен превышать определенного предельного значения θ_A . Зная это, можно получить из (3.36)

$$n_0 \cdot \sin \theta_A = n_K \cdot \cos \gamma_G = \sqrt{n_K^2 - n_M^2} = A_N. \quad (3.37)$$

Величину A_N называют численной апертурой волокна. Она определяет максимальный угол при вершине светового конуса, воспринимаемого световодом. Численная апертура характеризует коэффициент связи между источником света и световодом.

Лучи света, попавшие в световод под разными углами (от 0 до θ_A), распространяются по сердцевине волокна под различными углами к его оси. Поэтому они проходят по зигзагообразной траектории пути различной длины. Это в свою очередь приводит к разным временам пробега вдоль световода и к уширению коротких световых импульсов во время их прохождения по стеклянному волокну.

Более точное физическое описание передачи световых сигналов по световодам должно учитывать волновую природу света, так как: световые волны могут интерферировать друг с другом в световоде. В результате свет может распространяться по волокну только под некоторыми определенными углами к оси. Принято говорить, что по световоду могут распространяться лишь некоторые моды.

Уравнения допустимых мод можно получить, решая электромагнитные волновые уравнения с учетом граничных условий для данного световода.

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}; \\ \Delta H &= \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (3.38)$$

где n - абсолютный показатель преломления.

Общее число N мод, которые могут распространяться в световоде со ступенчатым профилем очень велико, поскольку диаметр сердцевины световода d велик по сравнению с длиной волны света λ .

Величина N приближенно определяется по формуле

$$N = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{d}{\lambda} \right)^2 (n_K^2 - n_M^2). \quad (3.39)$$

Очевидно, что поскольку свет разных мод распространяется под разными углами к оси волокна, то у этих мод различна и скорость распространения вдоль световода. Ход лучей и распределение коэффициента преломления в многомодовом оптическом волокне с градиентным профилем представлены на рисунке 3.17. В этом случае

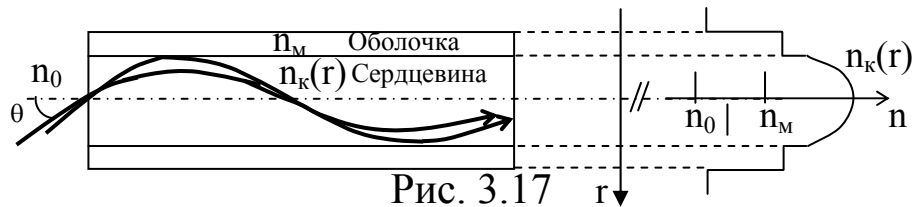


Рис. 3.17

говорят о дисперсии мод. Она тоже приводит к определенному уширению светового импульса, которое уменьшается в так называемых одномодовых волокнах: в них диаметр сердечника выбран таким малым, что может распространяться только одна мода

$$d \leq \frac{0,76\lambda}{\sqrt{n_K^2 - n_M^2}}. \quad (3.40)$$

Малый диаметр волокон приводит к трудностям при соединении световодов с источником и приемником, а также друг с другом.

Пренебрежимо малой дисперсией мод при большом диаметре сердцевины обладают так называемые волокна с градиентным профилем. Если коэффициент преломления изменяется в поперечном сечении волокна по параболическому закону, то времена пробега всех мод по такому волокну практически одинаковы, а пучки света распространяются не по зигзагообразной, а по гладкой траектории. В таких волокнах максимальное значение входного угла θ_A зависит от радиуса r , поскольку коэффициент преломления непостоянен. Значение n максимально на оси волокна, а на границе между сердцевинной и оболочкой оно падает до нуля (3.37).

Уширение импульса наблюдается и в одномодовых волокнах из-за дисперсии, связанной со свойствами материалов. Коэффициент

преломления n_k материала, из которого изготовлен световод, зависит от длины волны, а поскольку источник света, который подсоединен к световоду, немонохроматичен, то из-за различия n_k разность времен пробега возникает даже в одномодовом световоде. Особенно удобна область спектра вблизи 1,3 мкм, где дисперсия n_k кварцевого стекла минимальна. Это означает, что можно без проблем использовать источники света с широкой спектральной эмиссионной полосой.

Точное положение минимума дисперсии n_k зависит от добавок, вводимых в стекло. В волокнах с градиентным профилем разброс времен пробега вызван остаточной дисперсией мод, а в одномодовых волокнах возникает дополнительный источник дисперсии. Дополнительная дисперсия появляется из-за того, что фазовый коэффициент распространения β для световода зависит от частоты. Эта зависимость определяется структурой световода. Такую дисперсию называют волноводной. Её, как и дисперсию, определяемую свойствами материала, можно скомпенсировать, если правильно выбрать диаметр сердцевины волокна и разность коэффициентов преломления (так называемая нулевая дисперсия), поэтому компенсированные волноводы обладают очень широкой полосой пропускания. Так, например, в одномодовых волокнах длиной 1 км ширина отклика на единичную импульсную контрольную функцию может быть ниже 10 пс.

Все три дисперсионных эффекта, описанные выше, приводят к уширению единичного импульса, которое пропорционально пути L , проходимому светом в световоде. В реальных многомодовых волокнах отдельные моды взаимодействуют друг с другом. Это приводит к тому, что, начиная с некоторой критической длины световода L_c , уширение возрастает не только пропорционально L , но еще и пропорционально \sqrt{L} . Взаимодействие между модами приводит к тому, что независимо от распределения энергии по модам на входе волокна на его выходе (если длина превышает L_c) энергия света распределена по всем допустимым модам и описывается некоторым стационарным распределением мощности по модам.

Другим важным параметром световодов является затухание света. Оно характеризуется уменьшением мощности светового излучения P . В многомодовых волокнах каждая мода имеет свой коэффициент затухания. Поэтому удобно описывать затухание с помощью

упомянутого стационарного распределения света по модам. Мощность света в волокне экспоненциально падает с увеличением длины L

$$P(L) = P_0 \cdot e^{-\alpha' L}. \quad (3.41)$$

Однако пользоваться формулой (3.41) удобнее в виде

$$P(L) = P_0 \cdot 10^{-\alpha' L / 10}. \quad (3.42)$$

На практике коэффициент затухания обычно измеряют в дБ/м (децибел/метр)

$$\alpha' = \frac{10}{\{L\}} \lg \frac{P_0}{P(L)} \text{ дБ/м}. \quad (3.43)$$

Примечание. В волокне с затуханием $\alpha' L = 3$ дБ теряется 50 % мощности излучения.

Затухание излучения вызвано тремя основными причинами:

- а) поглощением;
- б) рассеянием в материале;
- в) потерями излучения.

Потери на поглощение возникают за счет возбуждения электронов в примесях и молекулярных колебаний ионов OH^- . Колебания ионов пока не удастся полностью устранить при изготовлении волокон. Потери на рассеяние в принципе неизбежны. Основной вклад в эти потери вносит рэлеевское рассеяние на флуктуациях плотности материала волокон, размер которых мал по сравнению с длиной волны. Эти потери уменьшаются пропорционально $1/\lambda^4$ и определяют минимально возможный уровень потерь в стекле. Потери на излучение возникают на неоднородностях в волноводе, а также на изгибах и микротрещинах.

На рисунке 3.18 показана зависимость затухания света в слаболегированном кварцевом волокне от длины волны λ . Штриховая линия схематически показывает спектральную зависимость потерь на рэлеевское

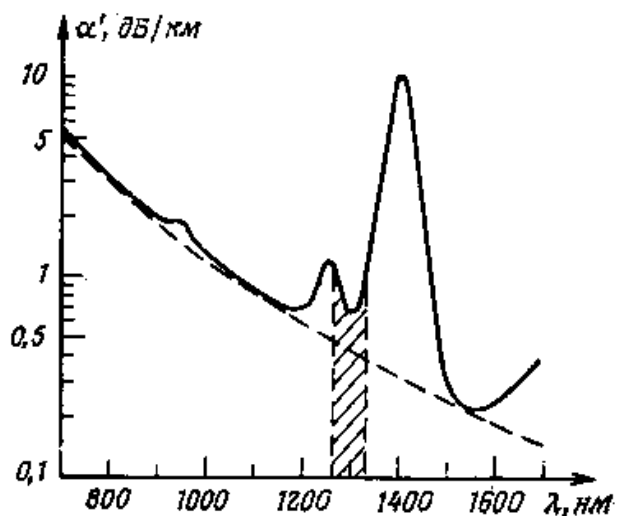


Рис. 3.18

рассеяние. Хорошо видно, что область длин волн вблизи 1,37 мкм не подходит для передачи оптических сигналов из-за сильного поглощения на ОН—. Вблизи 1,3 мкм дисперсия, вызванная свойствами материала, достигает минимума при небольшом ослаблении сигнала (заштрихованная область спектра). И потому эта область особенно удобна для передачи оптических сигналов. Наиболее низкие коэффициенты ослабления наблюдаются вблизи 1,55 мкм: около $\alpha' \approx 0,2$ дБ/км. Однако применяемые сегодня источники и приемники света работают в основном в интервале длин волн от 0,75 до 0,9 мкм.

Передаточные характеристики световода можно охарактеризовать с помощью весовой функции (функции отклика на единичный импульс) или с помощью комплексной частотной характеристики. В первом случае по волокну пропускают короткий лазерный импульс (продолжительностью менее 0,1 нс) и определяют функцию отклика на другом конце волокна. Затем по выражению (3.13) определяют функцию $H(s)$, а с помощью обратного преобразования Лапласа — отклик на единичную импульсную функцию $g_a(t)$. При этом следует учитывать, что распределение мощности по модам в световоде должно быть как можно ближе к стационарному распределению.

3.4.2.3 Источники и детекторы светового излучения

Общие характеристики оптической передающей системы определяются не только световодами, но и источником, и приемником света, соединительными элементами и контактами. В качестве источника света обычно используют светодиоды и лазерные диоды. Эти приборы имеют небольшие размеры, и их можно легко подсоединить к световодам.

Основой светодиода является р-п-переход. Если он включен в прямом направлении, то электроны из п-области и дырки из р-области попадают в переходную зону, где они рекомбинируют. При этом испускаются кванты света. Светодиод обладает очень важным преимуществом: скорость рекомбинации, а значит, и число возникающих квантов света пропорциональны количеству пар носителей заряда, попадающих в активную зону, а, следовательно, прямо пропорциональны току через диод. Таким образом, испускание света можно легко модулировать с помощью тока, текущего через диод. На рисунке 3.19 схематически показана зависимость мощности светово-

го излучения от тока для светодиода $P = f(I)$ (характеристика светодиода (1) и лазерного диода (2)). Вид такой характеристики зависит от температуры. Поэтому в оптических передающих системах, где источником света служит светодиод, необходимо хорошо стабилизировать температуру.

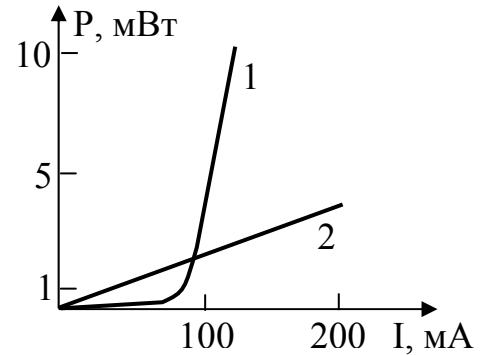


Рис. 3.19

Длина волны испускаемого света зависит от расстояния между валентной зоной и зоной проводимости светодиода. Энергии электронов и дырок в зоне проводимости и валентной зоне могут различаться, поэтому длина волны излучения определена не очень точно. Спектральная полуширина линии составляет для светодиодов в области $\lambda = 800 \div 900$ нм примерно $\Delta\lambda = 40 \div 60$ нм. Светодиоды обычно изготавливают из арсенида галлия (GaAs) или арсенида галлия-алюминия (GaAlAs). В интервале длин волн около 1,3 и 1,55 мкм используют соединение GaInAsP. Необходимая длина волны достигается изменением состава этого материала.

Поскольку процессы рекомбинации происходят самопроизвольно, излучение светодиода является некогерентным. Яркость излучения почти не зависит от направления, и светодиод близок по свойствам к излучателю Ламберта. Время нарастания импульса света ограничено временем жизни носителей заряда в активной зоне (обычно от 1 до 10 нс), и поэтому частоты модуляции светодиодов не превышают 50-100 МГц. Лишь в отдельных случаях достигают 1 ГГц.

Расширить область частот модуляции до гигагерц позволяют лазерные диоды. Они изготавливаются из тех же материалов, что и светодиоды, но имеют существенное отличие. Плоские поверхности диодного кристалла в них, расположенные перпендикулярно его активной зоне, служат в качестве плоскопараллельных зеркал, образующих оптический резонатор (резонатор Фабри - Перо). Активная зона таких диодов выполняется очень тонкой, и поэтому, как и в светодиодах, в ней могут существовать только некоторые моды с определенной частотой. В излучении этих мод сосредотачивается большая энергия. При инверсии населенности вынужденное излучение преобладает над поглощением, и кванты света испускаются с определен-

ной фазой: активная зона служит усилителем света. Когда усиление света становится настолько большим, что оно компенсирует потери света в резонаторе, прибор переходит в лазерный режим генерации. Через полупрозрачное зеркало испускается когерентное излучение с определенными параметрами. Ниже порогового значения тока I_s мощность света на выходе лазерного диода мала, а само излучение некогерентное. Выше I_s мощность растет прямо пропорционально току через диод. Мощность излучения у лазерного диода зависит от температуры существенно сильнее, чем у светодиода, поскольку к температурной зависимости наклона характеристики добавляется еще и сильная температурная зависимость порогового тока $I_s(T)$.

В общем случае спектр лазерного излучения состоит из нескольких узких эмиссионных линий, которые соответствуют различным частотам мод, усиливаемых в резонаторе. Очень узкое пространственное распределение излучения и пониженный эффективный коэффициент преломления приводят к тому, что при подключении лазерного диода к световоду в нем возбуждается только продольная мода излучения. При спектральной ширине линии менее 0,01 нм можно пренебречь дисперсией, которая определяется свойствами материала.

В качестве детекторов светового излучения, подключаемых к противоположному концу световода, в основном используют полупроводниковые фотодиоды. За счет внутреннего фотоэффекта оптический сигнал преобразуется в них в электрический сигнал.

Для этого используют простые p-n-диоды, pin-диоды и лавинные фотодиоды. Частотная характеристика определяется не только диффузионными процессами и временами жизни носителей заряда в диодах, но и характеристиками внешнего нагрузочного контура. Верхние граничные частоты лежат в области нескольких гигагерц, причем широко доступны диоды с предельной частотой около 7 ГГц.

3.5. Естественные пределы измерений

Развитие техники измерений позволяет создавать измерительные установки все меньше ограниченные возможностями человеческих органов чувств. Например, слух редко используют для субъективных измерений в акустике. Однако зрение по-прежнему позволяет нам считывать показания аналоговых приборов и выполнять другие

оптические наблюдения. Глаз пока превосходит по чувствительности многие другие оптические детекторы. Наиболее высокая чувствительность $V(\lambda)$ у глаза, адаптированного к темноте (наблюдатель должен побыть в темноте не менее 30 минут). Максимум чувствительности глаза приходится на длину световой волны 507 нм. Минимальная порция энергии, которую воспринимает глаз при этой длине волны, равна $2 \cdot 10^{-18}$ Дж. Примерно 5 фотонов должны попасть в одно и то же место сетчатки за 1 миллисекунду. Столь высокий квантовый выход имеют только лишь самые лучшие приборы.

Относительная спектральная чувствительность глаза различна у разных людей. Величина этой чувствительности зависит также от силы света. Поэтому был принят международный стандарт, который определяет идеализированную кривую спектральной чувствительности для усредненного наблюдателя. Эта кривая спектральной чувствительности $V(\lambda)$ стандартизирована для зрения, адаптированного к темноте и к свету. Обе функции нормированы на 1. Для дневного зрения максимум приходится на длину волны примерно $\lambda = 555$ нм. Для глаза, привыкшего к темноте, спектральная кривая смещена в сторону коротких длин волн (рис. 3.20).

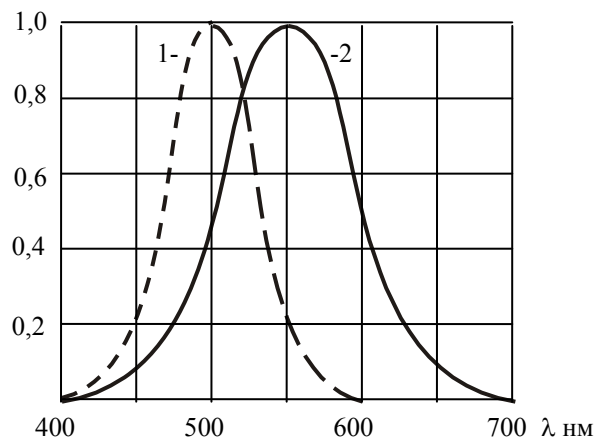


Рис. 3.20

Наименьший угол зрения, под которым можно уверенно наблюдать мелкие объекты при хорошем контрасте изображения, зависит от структуры сетчатки глаза и составляет примерно $1' = 2,9 \cdot 10^{-4}$ рад.

3.6. Принцип неопределенности Гейзенберга

Принцип неопределенности, сформулированный Гейзенбергом

в 1927 г., налагает фундаментальные ограничения на предельную точность, с которой можно определить динамические переменные микроскопической системы. Согласно этому принципу отдельная величина может быть определена с любой степенью точности, однако две величины, квантомеханические операторы которых не коммутируют, нельзя одновременно определить сколь угодно точно.

При измерениях в микромире самая совершенная аппаратура будет давать результаты, которые в принципе имеют статистическую природу. Повторение измерений в одних и тех же условиях будет давать разные значения измеряемой величины. Каждое значение будет появляться с той или иной вероятностью, зависящей от способа измерения. Сам процесс измерения возмущает физическую систему таким образом, что одновременно определить две сопряженные переменные можно лишь с конечной точностью, которая задается соответствующим соотношением неопределенностей.

Освещая микрообъект излучением с длиной волны λ , можно определить его положение с точностью не превышающей λ . Иначе неопределенность Δx в измерении координаты приближенно равна

$$\Delta x \approx \lambda. \quad (3.44)$$

Предположим, что можно обнаружить микрообъект с помощью отдельного фотона. Но фотон обладает импульсом $p = h/\lambda$ и при соударении с объектом передает ему часть своего импульса или весь импульс. Следовательно, после взаимодействия с фотоном неопределенность в импульсе будет равна

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda}. \quad (3.45)$$

Произведение этих неопределенностей координаты и импульса составляет

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx h. \quad (3.46)$$

В зависимости от прибора и количества фотонов, необходимых для обнаружения объекта, неопределенности в координате и импульсе объекта могут оказаться и больше. После тщательного анализа Гейзенберг обнаружил, что в лучшем случае неопределенность Δx и Δp удовлетворяют неравенству

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}. \quad (3.47)$$

Следует отметить, что при макроскопических измерениях это

соотношение лишено практического смысла ввиду малости постоянной Планка h .

Один из вариантов принципа неопределенности связывает энергию и время. Рассмотрим его следующим образом. Неопределенность в положении регистрируемого объекта $\Delta x \approx \lambda$. Регистрирующий фотон движется со скоростью ($v = c$) и проходит отрезок Δx за время $\frac{\Delta x}{v} \approx \frac{\lambda}{v}$. Следовательно, неопределенность в момент времени, когда объект находится в заданном положении, составляет

$$\Delta t \approx \frac{\lambda}{v}. \quad (3.48)$$

Так как фотон может передать объекту либо часть, либо всю свою энергию ($hc = \frac{h\nu}{\lambda}$), то неопределенность энергии объекта равна

$$\Delta E = \frac{h\nu}{\lambda}. \quad (3.49)$$

Произведение этих двух неопределенностей составляет

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h. \quad (3.50)$$

Более тщательные вычисления Гейзенберга привели к неравенству

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}. \quad (3.51)$$

Эта запись эквивалентна утверждению, что энергия объекта может быть неопределенной или даже не сохраняться на величину ΔE в течение интервала времени

$$\Delta t \approx \frac{h}{2\pi \cdot \Delta E}. \quad (3.52)$$

Применим соотношение неопределенностей $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ к монохроматическим электромагнитным волнам. Для полной характеристики волны нужно измерить ее амплитуду (интенсивность) и фазу

$$\varphi = \omega t. \quad (3.53)$$

Неопределенность фазы связана с неопределенностью продолжительности измерения

$$\Delta \varphi = \omega \cdot \Delta t. \quad (3.54)$$

При измерении амплитуды нужно определить число фотонов N ,

прошедших за промежуток времени Δt . Энергия определяется числом фотонов $E = N\hbar\omega$. Неопределенность энергии

$$\Delta E = \hbar\omega \cdot \Delta N. \quad (3.55)$$

Отсюда следует соотношение неопределенностей для числа фотонов и фазы электромагнитной волны

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2\pi} \Rightarrow \hbar\omega \cdot \Delta N \frac{\Delta\phi}{\omega} \geq \frac{\hbar}{2\pi}. \quad (3.56)$$

Это соотношение определяет абсолютную границу точности измерения электромагнитных сигналов, особенно в оптической области, где из-за большой энергии квантов число фотонов, фиксируемое за определенное время измерения Δt , а значит и неопределенность ΔN незначительно больше единицы. Поэтому неопределенность фазы $\Delta\phi$ велика. Состояние когерентных электромагнитных волн определяется с максимальной точностью, и для них в соотношении $\Delta N \Delta\phi \geq 1$ стоит знак равенства.

ЛЕКЦИЯ № 4. ШУМЫ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ

При измерении макроскопических величин максимальная точность ограничена статистическими флуктуациями возле среднего значения.

Шумами называют флуктуации измеряемых величин, если их нельзя уменьшить при фиксированных внешних условиях. В зависимости от причин появления шумов их можно разделить на три группы:

- 1) шумы, возникающие за счет тепловых колебаний при ненулевой температуре;
- 2) шумы, возникающие вследствие корпускулярной природы вещества и электричества;
- 3) шумы, возникающие в силу соотношений неопределенностей.

4.1. Тепловой шум

Неупорядоченное тепловое движение атомных частиц вызывает тепловой шум во всех электрических проводниках.

Тепловое перемещение носителей заряда вызывает статистические колебания плотности заряда в проводнике. В результате между концами проводника возникает быстро флуктуирующее напряжение

U_R – напряжение шума. Эквивалентная электрическая схема реально-го сопротивления будет состоять из идеально-го сопротивления R , в котором нет шумов, включенного последовательно с источником напряжения шума U_R (рис. 4.1).

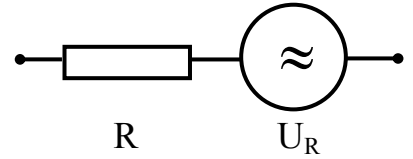


Рис. 4.1

Эффективное напряжение шума $U_{R,эфф}$ определяется так называемой формулой Найк-виста, которая получается из условий термодинамического равнове-сия с учетом закона о равномерном распределении энергии по степеням сво-боды и следующих рассуждений.

Пусть имеется проводник (рис.4.2), находящийся при темпе-ратуре T в равновесии с окружаю-щей средой, длина которого равна L , а активное сопротивление стре-мится к нулю, к концам проводни-ка присоединены волновые сопро-тивления $Z_0 = \sqrt{L'/C'}$, где L' – по-гонная индуктивность, C' – погон-ная емкость. В случае идеального проводника $Z_0 = R$.

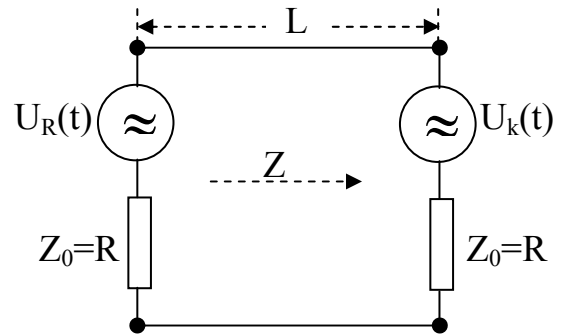


Рис. 4.2

Уравнение каждой шумовой волны, вышедшей из источника, будет иметь вид

$$U(z, t) = U_0(\omega) \cdot e^{i(\omega t - \beta z)}. \quad (4.1)$$

Перемещаясь вдоль проводника со скоростью $v = \omega/\beta$, она пол-ностью поглощается на другом конце. Каждый конец является для приходящих к нему электромагнитных волн подобием абсолютно черного тела.

На основе второго начала термодинамики можно прийти к вы-воду, что средние мощности теплового шума $P_{\Delta\nu}$ для волн, испускае-мых источниками в интервале частот $\Delta\nu$, равны и одинаково зависят от температуры. Тогда общая энергия волн в проводнике, приходя-щаяся на интервал $\Delta\nu$, равна

$$E_{\Delta\nu} = \frac{2P_{\Delta\nu}L}{v}. \quad (4.2)$$

При коротко соединенных концах и при отсутствии потерь энергия электромагнитных волн в проводниках будет оставаться по-

стоянной, что справедливо для стоячих волн.

Геометрические условия для стоячих волн определяют набор частот ν

$$n \frac{\lambda}{2} = n \frac{v}{2\nu} = L, \quad (4.3)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

Число стоячих волн в интервале от ν до $\nu + \Delta\nu$ равно

$$\Delta n = \frac{2L}{v} \Delta\nu. \quad (4.4)$$

С другой стороны, в условиях термодинамического равновесия среднее число фотонов \bar{N} в данном состоянии подчиняется распределению Бозе - Эйнштейна

$$\bar{N} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (4.5)$$

поэтому энергия в проводнике, приходящаяся на интервал частот $\Delta\nu$, равна

$$E_{\Delta\nu} = \bar{N} h\nu \cdot \Delta n = \frac{\Delta n \cdot h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (4.6)$$

Соотношения (4.2) и (4.4) позволяют вычислить мощность тепловых шумов в проводнике с данным сопротивлением

$$P_{\Delta\nu} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot \Delta\nu. \quad (4.7)$$

Из формулы (4.7) видно, что мощность тепловых шумов не зависит от величины сопротивления R .

Нормированное спектральное распределение мощности шума при различных значениях $(h\nu/kT)$ показано на рисунке 4.3.

Если $h\nu \ll kT$, то мощность шумов не зависит от частоты. Принято говорить о "белом шуме". Отклонения от горизонтали весьма малы при частотах, удовлетворяющих условию

$$h\nu_{\max} \approx \frac{kT}{10}. \quad (4.8)$$

Это соответствует максимальной частоте $\nu_{\max} \approx 600$ ГГц. Соответ-

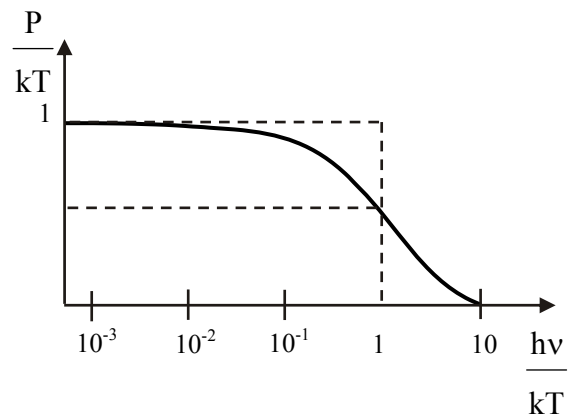


Рис. 4.3

ствующая длина волны лежит в субмиллиметровом диапазоне.

Поэтому практически все электронные приборы работают ниже ν_{\max} (за исключением усилителей, основанных на принципе мазера).

Эффективное напряжение шума в сопротивлении R определяется усреднением по времени квадрата напряжения

$$U_{R, \max}^2 = \overline{U_R^2(t)}.$$

Эффективное напряжение шума вызывает в контуре, показанном на рисунке 4.2, эффективный ток

$$I_{R, \text{эф}} = \frac{U_{R, \text{эф}}}{2R}. \quad (4.9)$$

Мощность, выделяющаяся в сопротивлении на другом конце проводника, равна

$$I_{R, \text{эф}}^2 R = \frac{U_{R, \text{эф}}^2}{4R} = P_{\Delta\nu}, \quad (4.10)$$

тогда

$$U_{R, \text{эф}}^2 = 4kTR \cdot \Delta\nu \cdot \frac{\frac{h\nu}{kT}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (4.11)$$

$$U_{R, \text{эф}}^2 = 4kTR \cdot \Delta\nu, \quad h\nu \ll kT. \quad (4.12)$$

Уравнение (4.12) обычно называют формулой Найквиста.

Спектральное распределение мощности шумов (спектральная функция плотности) определяется соотношением

$$W_U(\nu) = \frac{U_{R, \text{эф}}^2}{\Delta\nu} = 4kTR. \quad (4.13)$$

Тепловой шум влияет на передающие характеристики частей любого измерительного устройства.

4.1.1. Влияние теплового шума (броуновского движения) на показания гальванометра

Гальванометры относятся к электроизмерительным приборам высокой чувствительности. Среди гальванометров наиболее точным является зеркальный гальванометр благодаря выносной шкале. Отделение шкалы от подвижной части инструмента позволяет измерять очень малые токи. Недостатком таких приборов является то, что их

механическая часть (подвижные части), расположенная в воздушном пространстве, подвергается воздействию молекул воздуха, что вызывает случайные колебания подвижного зеркала. Однако усредненный по времени вращающий момент таких воздействий равен нулю.

Если гальванометр находится в состоянии термодинамического равновесия с окружающим воздухом, то для подвижной части прибора с одной степенью свободы выполняется закон равнораспределения по степеням свободы

$$\langle W_p \rangle = \frac{1}{2} D \langle \varphi^2 \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (4.14)$$

где $\langle W_p \rangle$ - средняя потенциальная энергия;

D – коэффициент упругости (модуль кручения);

φ - угол отклонения от нулевого положения ($\langle \varphi \rangle = 0$).

С учетом формулы (4.9) для среднего квадрата флуктуаций угла отклонения имеем

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{kT}{D}. \quad (4.15)$$

Уравнение (4.15) показывает, что электрический ток можно уверенно зафиксировать только в том случае, когда вызванное им отклонение гальванометра превышает это значение термической флуктуации. Следовательно, минимальная сила тока, которую может измерить данный гальванометр, определяется как ток I_{\min} , вызывающий отклонение на угол, равный корню из среднего квадрата флуктуационных отклонений

$$\varphi = \sqrt{\langle \varphi^2 \rangle}. \quad (4.16)$$

Воспользовавшись соотношением

$$D\varphi = GJ, \quad (4.17)$$

где G – динамическая константа гальванометра, получим

$$I_{\min} = \frac{D}{G} \sqrt{\langle \varphi^2 \rangle} = \frac{\sqrt{kTD}}{G}. \quad (4.18)$$

Полученное соотношение оказывается справедливым и для других электромеханических систем (мембран микрофонов или пьезоэлектрических преобразователей).

4.2. Другие виды шумов

4.2.1. Дробовой шум

Возникновение дробового шума обусловлено дискретной природой носителей заряда. Если по сопротивлению течёт постоянный ток, то среднее число носителей заряда, протекающее по нему в единицу времени, постоянно. В то же время в каждый момент времени число носителей заряда статистически изменяется. Это вызывает флуктуации тока. Такое явление называют дробовым эффектом по аналогии с ударами дроби, падающей на металлическую пластину. Соответствующий шум называют дробовым шумом.

В наиболее простом виде этот эффект наблюдается в вакуумном диоде с плоскими электродами (рис. 4.4).

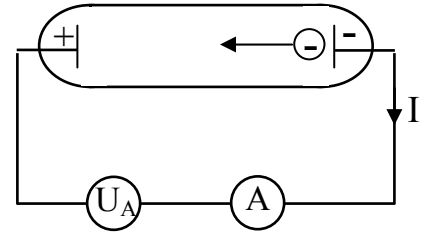


Рис. 4.4

Для определения тока предположим, что электроны вылетают с нагретого катода, имея пренебрежимо малую скорость, и что электрическое поле между анодом и катодом постоянно. Иными словами, в вакуумном диоде отсутствуют объемные заряды, которые искажают электрическое поле и влияют на движение электронов. В этом случае скорость электронов линейно растет со временем, а ток (рис. 4.5), вызванный движением электрона по внешней цепи, изменяется по закону

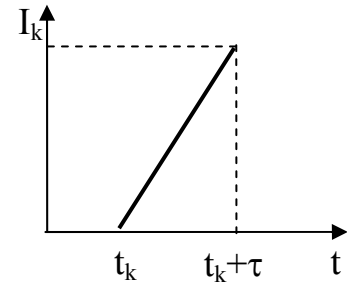


Рис. 4.5

$$I_k(t) = e \cdot f(t - t_k) = \begin{cases} \frac{2I}{\tau^2} \cdot (t - t_k) & \text{при } t_k \leq t \leq t_k + \tau, \\ 0 & \text{при } t < t_k \text{ и } t > t_k + \tau, \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\int_{t_k}^{t_k + \tau} I_k \cdot dt = e, \quad \int_{t_k}^{t_k + \tau} f(t - t_k) \cdot dt = 1. \quad (4.20)$$

Продолжительность импульса тока τ равна времени пролета электрона от катода к аноду. Форма импульса тока одинаково равна для всех электронов, поэтому общий ток в момент времени t , определяется так

$$I(t) = \sum_k I_k = e \sum_k f(t - t_k). \quad (4.21)$$

Электроны вылетают с горячего катода статистически, незави-

симо друг от друга. Поэтому моменты вылета электронов t_k и, следовательно, моменты возникновения импульсов $f(t-t_k)$ подчиняются распределению Пуассона.

Разложим ток $I(t)$ на постоянную I_0 и шумовую $I_S(t)$ составляющие

$$I(t) = I_0 + I_S(t). \quad (4.22)$$

Усреднение по времени дает

$$\overline{I(t)} = I_0 \text{ и } \overline{I_S(t)} = 0. \quad (4.23)$$

Если усреднить по времени квадрат тока, то мы получим

$$\overline{I^2(t)} = I_0^2 + \overline{I_S^2(t)}. \quad (4.24)$$

Согласно теореме Кемпбелла среднее значение по статистически независимой последовательности импульсов через соответствующие средние величины для отдельного импульса

$$I_0 = \overline{I(t)} = \bar{z} \int_{t_k}^{t_k + \tau} e f(t - t_k) \cdot dt = \bar{z} e; \quad (4.25)$$

$$\overline{I_S^2(t)} = \bar{z} \int_{t_k}^{t_k + \tau} e^2 f^2(t - t_k) \cdot dt, \quad (4.26)$$

где \bar{z} - средняя скорость следования импульсов (число импульсов в секунду).

С учетом выражения (4.19) для диода имеем

$$\overline{I_S^2(t)} = \frac{4}{3} \frac{\bar{z} e^2}{\tau} = \frac{4e}{3\tau} I_0. \quad (4.27)$$

Чем короче длительность импульса, тем выше средний квадрат флуктуации. На практике это выражение не имеет большого значения, поскольку для его проверки нужно проводить измерение с достаточно большим разрешением по времени или для всего спектра шумовых токов. Выразим величину тока с помощью его амплитудного спектра. Для отдельного импульса справедливо преобразование Фурье

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - t_k) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt, \quad (4.28)$$

$$I_k(t) = e f(t - t_k) = \frac{e}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega. \quad (4.29)$$

С учетом теоремы Парсеваля, которая позволяет выразить сред-

ний квадрат флуктуации через интеграл по квадрату амплитудного спектра

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t - t_k) \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \cdot d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\nu)|^2 \cdot d\nu \quad (4.30)$$

имеем

$$\overline{I_S^2(t)} = \bar{z}e^2 \int_{-\infty}^{\infty} |F(\nu)|^2 \cdot d\nu = 2eI_0 \int_0^{\infty} |F(\nu)|^2 \cdot d\nu. \quad (4.31)$$

Из уравнения (4.31) можно непосредственно определить эффективный шумовой ток $I_{S\text{эф}}$ для интервала частот от ν до $\nu + \Delta\nu$:

$$\overline{I_S^2(t)} = I_{S,\text{эф}}^2 = 2eI_0 |F(\nu)|^2 \cdot \Delta\nu. \quad (4.32)$$

Таким образом, частотная зависимость определяется только формой отдельного импульса тока $f(t - t_k)$. При низких частотах ($\omega \ll \tau^{-1}$ или $\nu \ll (2\pi\tau)^{-1}$) выражение (4.28) переходит в выражение

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - t_k) \cdot e^{-2i\pi\nu t} \cdot dt \approx \int_{t_k}^{t_k + \tau} f(t - t_k) \cdot dt = 1. \quad (4.33)$$

Используя формулу (4.33) получаем известное уравнение Шоттки

$$I_{S,\text{эф}}^2 = 2eI_0 \cdot \Delta\nu, \quad \nu \ll 1/2\pi\tau. \quad (4.34)$$

Из уравнения Шоттки (4.34) видно, что эффективный шумовой ток не зависит при этих частотах от частоты (так называемый белый шум). Он зависит от величины тока, ширины частотной полосы и величины заряда, который переносится каждым носителем. В отличие от теплового шума в сопротивлениях, который зависит от температуры, на дробовой шум внешние условия никак не влияют. При этом спектр мощности определяется соотношением

$$W_I(\nu) = \frac{I_{S,\text{эф}}^2}{\Delta\nu} = 2eI_0. \quad (4.35)$$

Если вакуумный диод работает не в области насыщения, то объёмный заряд перед катодом заметно снижает дробовой шум.

4.2.2. Фликкер-шум

Под Фликкер-шумом подразумевают зависимость эффективной величины тока от частоты, которая обусловлена наличием Фликкер-эффекта. При этом

$$I_{F,\text{эф}}^2 \sim \frac{1}{\nu}. \quad (4.36)$$

Фликкер-эффект первоначально наблюдался в электронных лампах с оксидными катодами. Он вызван тем, что в таких катодах флуктуирует локальная работа выхода электронов. Эти флуктуации вызывают соответствующие колебания тока. Существует целый ряд физических механизмов, которые вызывают изменение локальной работы выхода. Работа выхода меняется сравнительно медленно, поэтому соответствующий шум в основном замечен в области низких частот. Действительно, мощность фликкер-шума понижается пропорционально $\frac{1}{\nu}$. Флуктуации возрастают почти линейно с увеличением тока. При этом эффективная величина тока для фликкер-шума $I_{F\text{эф}}$ оказывается равной

$$I_{F,\text{эф}}^2 \approx \text{const} \cdot \frac{I_0^2}{\nu} \cdot \Delta\nu. \quad (4.37)$$

Такая же зависимость эффективной величины тока часто наблюдается на низких частотах при переносе заряда в полупроводниках. Во всех подобных ситуациях принято говорить о фликкер-шуме.

4.2.3. Генерационно-рекомбинационный шум

В полупроводниках возникает специфический вариант дробового шума - генерационно-рекомбинационный шум. Его часто называют токовым шумом.

Принципиальное отличие полупроводников от вакуумного диода состоит в том, что среднее время жизни носителей заряда (электронов и дырок) в полупроводниках, как правило, очень мало по сравнению со временем, необходимым для переноса носителя заряда от одного конца образца до другого. Поэтому дробовой шум в полупроводниках определяется скоростями генерации и рекомбинации носителей заряда. Частотные спектры шума для различных процессов генерации и рекомбинации носителей в полупроводниках описываются однотипными выражениями

$$I_{GR,\text{эф}} = \text{const} \cdot \frac{I_0^2}{1 + \nu^2/\nu_g^2} \cdot \Delta\nu. \quad (4.38)$$

Ниже пороговой частоты мощность шума не зависит от ν_g (бе-

лый шум), а выше ν_g она падает как $\frac{1}{\nu^2}$. Пороговая частота ν_g определяется средним временем жизни τ носителей заряда $\left(\nu_g = \frac{1}{2\pi\tau}\right)$. Такая же спектральная зависимость получается, если пропустить белый шум через RC-цепочку.

4.2.4. Квантовый шум

Если дискретная природа носителей заряда вызывает дробовой шум, то квантование электромагнитного излучения приводит к флуктуациям «потока» фотонов.

Рассмотрим идеальный детектор с квантовым выходом $\eta = 1$. Например, фотоячейку, с катода которой каждый фотон выбивает один электрон. В таком детекторе распределение падающих фотонов может преобразовываться в соответствующее распределение импульсов тока. Таким образом, можно экспериментально регистрировать флуктуации электромагнитного излучения (электромагнитной волны).

С классической точки зрения амплитуда и фаза бесконечно длинной монохроматической когерентной волны не меняются со временем и не испытывают флуктуации. В этом случае при измерениях в течение одинаковых промежутков времени Δt при фиксированной мощности излучения P_0 должно наблюдаться одно и то же среднее число фотонов

$$\bar{N} = \frac{P_0 \cdot \Delta t}{h\nu}. \quad (4.39)$$

Однако наблюдаемое число фотонов флуктуирует в соответствии с распределением Пуассона. При этом, если даже предположить, что фотоны представляют собой классические, не взаимодействующие друг с другом частицы, то стандартное отклонение числа фотонов

$$\sigma_N = \sqrt{\bar{N}} = \sqrt{\frac{P_0 \cdot \Delta t}{h\nu}}. \quad (4.40)$$

Ток так называемых фотоэлектронов в идеальном детекторе будет подчиняться такому же распределению Пуассона. Поэтому усредненные флуктуации тока будут описываться уравнением Шотки

для дробового шума. Средний фототок равен

$$I_0 = e \frac{\bar{N}}{\Delta t} = \frac{eP_0}{h\nu}. \quad (4.41)$$

Точно так же можно получить квадрат эффективного шумового тока (4.32) или (4.34):

$$I_{P,\text{эф}}^2 = 2eI_0 \cdot \Delta\nu = \frac{2e^2P_0}{h\nu} \cdot \Delta\nu. \quad (4.42)$$

Отношение сигнал - шум (S/N) принято определять через отношение соответствующих мощностей

$$\frac{S}{N} = \frac{I_0^2}{I_{P,\text{эф}}^2}. \quad (4.43)$$

В случае фототока выражение (4.43) переходит в выражение

$$\frac{S}{N} = \frac{P_0}{2h\nu \cdot \Delta\nu}. \quad (4.44)$$

Если считать, что в идеальном детекторе не возникают собственные шумы, то независимо от постоянной мощности падающего излучения P_0 для эквивалентной мощности шума $P_{R,\text{эф}}$ на детекторе, имеем

$$P_{R,\text{эф}} = 2h\nu \cdot \Delta\nu. \quad (4.45)$$

Уравнение (4.45) описывает случай непосредственного приёма сигнала.

В случае гетеродинного приёма шумы уменьшаются в два раза, а при гомодинном приёме даже в четыре раза.

В отличие от теплового шума, уровень которого понижается при высоких частотах, квантовый шум линейно возрастает с частотой. В области $(h\nu/kT) > 1$ он начинает преобладать над тепловым шумом. При комнатной температуре это соответствует оптической и инфракрасной областям спектра. Для описания шумов вводят так называемую шумовую температуру T_R . При этой температуре мощность теплового шума в проводнике равна мощности квантового шума. Приравнявая выражения (4.7) и (4.45), получим в явном виде формулу для шумовой температуры T_R

$$T_R = \frac{h\nu}{k \cdot \ln(3/2)}. \quad (4.46)$$

Минимальная мощность излучения, которую ещё можно заре-

гистрировать, должна соответствовать $S/N = 1$. Иными словами, для непосредственного приёма с помощью идеального детектора справедливо соотношение

$$P_{0,\min} = P_{R,\text{эф}} = 2h\nu \cdot \Delta\nu. \quad (4.47)$$

Эта мощность всего вдвое превышает предел, который получается из соотношения неопределенностей. Уравнение (4.47) означает, что за время $\Delta t \approx 1/(2\Delta\nu)$ должен быть зарегистрирован в среднем один фотон.

В радио- и микроволновом диапазонах когерентное излучение получают с помощью специальных передатчиков. В области микроволн к ним примыкают мазеры. В оптическом и инфракрасном диапазонах источниками когерентного излучения служат лазеры.

ЛЕКЦИЯ № 5. ВРЕМЯ И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

Время как физическая величина, измеряемая в процессах контроля или диагностирования, выступает либо в виде фиксируемого момента, соответствующего некоторому событию, либо в виде интервала времени между событиями.

Количественной оценкой в первом случае служит дата времени, а во втором – интервал времени.

Естественной системой для измерения времени первоначально служил вращающийся Земной шар. В этой системе секунда определялась как $1/86400$ части периода обращения Земли вокруг своей оси (среднесолнечных суток). Однако период вращения Земли вокруг своей оси изменяется по трем причинам:

1. За счет векового постепенного замедления (получено на основании данных по солнечным затмениям). Это привело к увеличению суток на $0,0023$ с за каждые 100 лет.

2. За счет периодического (сезонного) изменения продолжительности суток (получено на основании данных по астрономическим измерениям, сопоставленных с астрономическими часами). Что приводит к неточности равной $\sim 0,001$ с за год.

3. За счет неперiodического (скачкообразного) изменения скорости вращения Земли (получено на основании данных о нерегулярности движения Луны, планет и Солнца). В этом случае ошибка составляет $\sim 0,0034$ с.

Поэтому в 1956 г. был сделан переход от секунды, основанной

на часах «Вращающаяся вокруг своей оси Земля» к секунде, основанной на часах «Земля, вращающаяся вокруг Солнца». В этой системе значение секунды равно $1/31556925,9747$ тропического года. Тропическим годом называют интервал времени между двумя последовательными прохождениями центра Солнца через точку весеннего равноденствия. Но в этом случае единица времени утрачивает воспроизводимость. В связи с чем, эталонную секунду привязали к продолжительности 1900 г.

Погрешность секунды в последнем случае стала меньше, т.к. она была привязана к году, величине более стабильной, чем сутки. Однако при практической реализации и в этом случае погрешности остаются значительными.

Учитывая, что молекулы и атомы некоторых веществ в переменном электрическом поле возбуждаются и изменяют свое энергетическое состояние на резонансной частоте, свойственной только молекулам (атомам) данного вещества, в 1967 г. была принята новая единица измерения времени – атомная секунда. Атомная секунда это интервал времени, в течение которого совершается 1420405751,8 энергетических переходов в атоме водорода.

Таким образом, в настоящее время параллельно существуют две системы измерения времени: астрономическая система измерения времени, и атомная система измерения времени, которые дополняют друг друга.

Под шкалой времени понимают непрерывную последовательность интервалов времени определенной длительности, отсчитываемую от начального момента. Шкалу времени можно воспроизвести, наблюдая за периодическим (хронометрическим) процессом протекающим непрерывно.

5.1. Методы и приборы для измерения времени

Мера времени это средство измерения времени, предназначенное для воспроизведения интервалов времени заданной длительности или заданных моментов времени.

К типичным временным величинам относятся период вращения, длительность периода колебания, период полураспада радиоактивного вещества, длительность импульса и др.

Все приборы измерения времени можно свести к следующей

схеме (рис. 5.1).

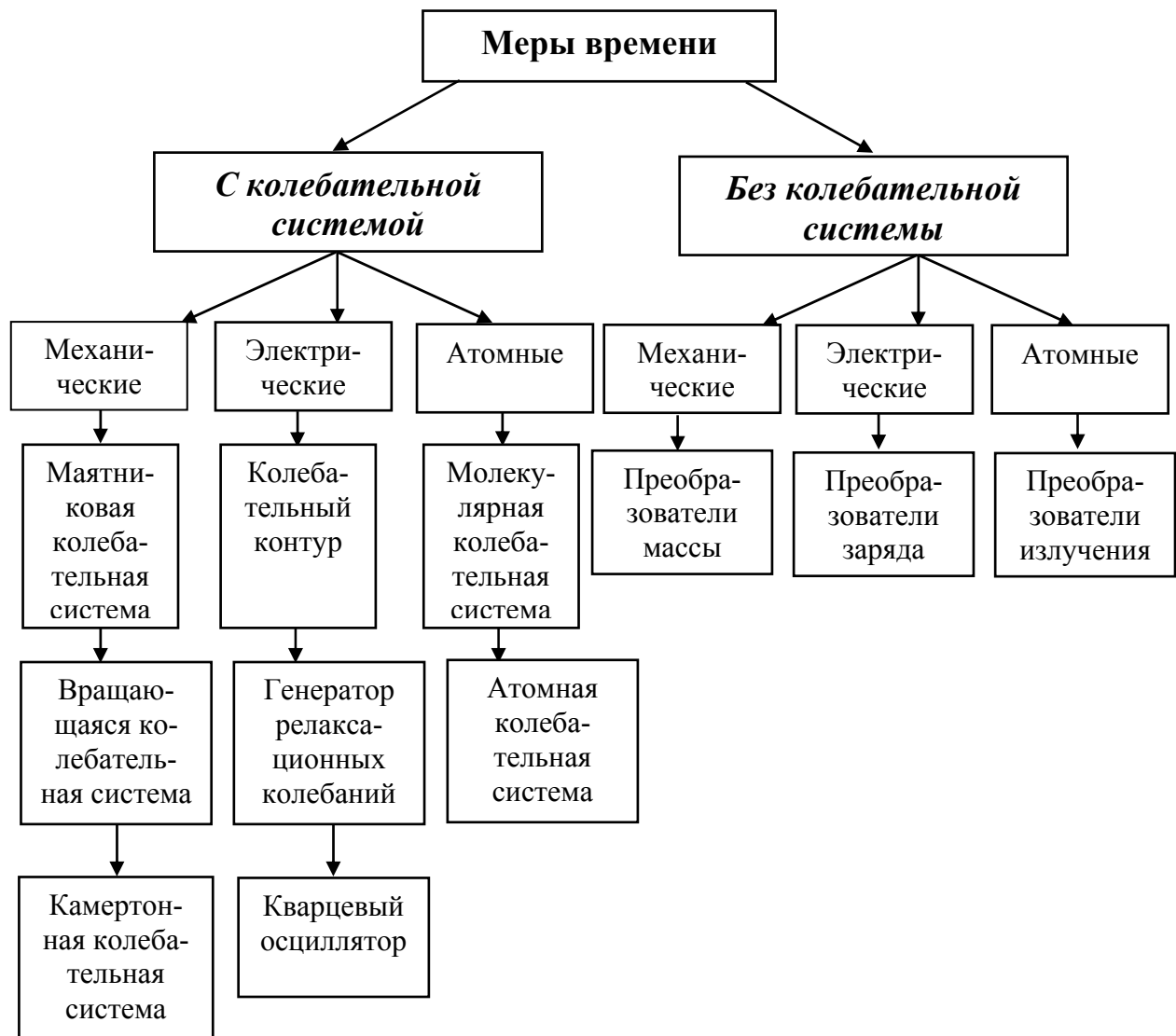


Рис. 5.1

Приборы и устройства времени по функциональным свойствам разделяются на следующие группы:

- а) измерители текущего времени, которые позволяют устанавливать час, минуту, секунду;
- б) измерители интервалов времени (секундомеры, реле времени и т.д.);
- в) измерители временных физических характеристик (тахометры, счетчики оборотов и др.);
- с) программно-временные датчики интервалов времени (таймеры);
- д) датчики равномерной скорости (стабилизаторы частоты вращения двигателей, часовые механизмы самопишущих приборов и

др.).

При измерении времени, как правило, используются два основных принципа: принцип периодической хронометрии и принцип аperiodической хронометрии.

Основные элементы любого измерителя времени это источник энергии, колебательная система (осциллятор), счетчик, выходное устройство.

Процедура измерения времени сводится к счету строго периодической последовательности импульсов, формируемых с помощью колебаний осциллятора.

5.2. Колебания гармонического осциллятора

Гармоническим осциллятором называется система, совершающая колебания, описываемые уравнением вида

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0 \text{ или } \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (5.1)$$

Колебания гармонического осциллятора являются примером периодического движения и служат точной или приближенной моделью во многих задачах классической и квантовой физики.

Разновидностью одномерного линейного гармонического осциллятора является маятник, без которого невозможна работа механических часов. Использование маятника в часах основано на свойстве изохронности, т.е. не зависимости периода колебаний от величины амплитуды.

В качестве примеров гармонических осцилляторов рассмотрим гармонические колебания систем, называемых физическим и математическим маятниками.

4.2.2. Физический и математический маятники

Физический маятник - твердое тело, способное совершать гармоническое колебательное движение относительно оси, на которой оно подвешено. При этом ось не проходит через центр тяжести.

Положение физического маятника в каждый момент времени можно характеризовать углом отклонения от положения равновесия φ . Угол φ играет роль обобщенной координаты.

В поле сил тяготения колебания физического маятника (рис. 5.2) происходят под действие возвращающей силы, составляющей

силы тяготения $\mathbf{F}_\tau = m\mathbf{g}$, которую можно разложить на две составляющие: по направлению прямой, перпендикулярной оси \mathbf{F}_n , и по направлению, перпендикулярному данному – \mathbf{F}_τ . Составляющая \mathbf{F}_n не создает вращающего момента, так как она перпендикулярна оси вращения (колебания). Поэтому возвращающей силой, создающей вращающий момент в данном случае, является

$$F_\tau = -mg \cdot \sin\varphi, \quad (5.2)$$

где φ - угол отклонения физического маятника от положения равновесия.

При малых углах отклонения ($\varphi \rightarrow 0$) $\sin\varphi \rightarrow \varphi$, следовательно, $F_\tau = -mg\varphi$, а момент этой силы

$$M = -mg\varphi a, \quad (5.3)$$

где a - расстояние от точки приложения силы до оси вращения.

Согласно основному уравнению динамики вращательного движения, этот вращающий момент M численно равен:

$$M = I\varepsilon. \quad (5.4)$$

Таким образом, имеем

$$I\varepsilon = -mg\varphi a; \quad I\varepsilon + mg\varphi a = 0;$$

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mg\varphi a = 0. \quad (5.5)$$

Полученное соотношение является уравнением движения физического маятника. С точки зрения математики, оно однородное, дифференциальное, второго порядка, решение которого имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \alpha), \quad (5.6)$$

где α - начальная фаза колебаний.

Решая дифференциальное уравнение, можно определить круговую (циклическую) частоту и период колебаний физического маятника

$$\omega_0^2 = \frac{mga}{I}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}}; \quad (5.7)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (5.8)$$

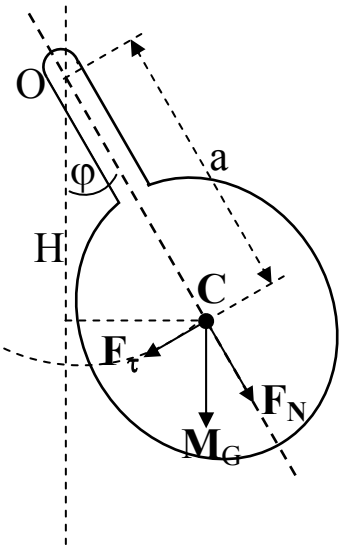


Рис. 5.2

Математический маятник - тело массой m , подвешенное на не-

весомой, нерастяжимой нити, размерами которого можно пренебречь (рис.5.3).

Математический маятник совершает гармонические колебания под действием силы тяжести, подобно физическому маятнику.

В этом случае математический маятник можно рассматривать как материальную точку, для которой момент инерции

$$I = ml^2, \quad (5.9)$$

где l - длина математического маятника.

Так как математический маятник - частный случай физического маятника, вся масса которого сосредоточена в одной точке - центре масс, то, подставив в (5.8) значение (5.9) для циклической частоты и периода колебаний математического маятника, получим

$$\omega_{0м}^2 = \frac{g}{l}; T_m = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.10)$$

Из выражений (5.10) видно, что циклическая частота и период колебаний математического маятника зависит от его длины и ускорения свободного падения в данном месте пространства.

Надо отметить, что все рассмотренное справедливо для малых углов отклонения соответствующей системы от положения равновесия. Если данное условие не выполняется, то определение циклических частот и периодов колебаний представляется довольно трудной задачей, так как в этом случае они функционально оказываются зависимыми от угла отклонения:

$$\omega_{0ф}^2 = \frac{L_{np}}{I} \cdot f(\varphi); T_{\varphi} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{np}}{g}} \cdot f(\varphi); \quad (5.11)$$

$$\omega_{0б}^2 = \frac{g}{l} \cdot f(\varphi); T_b = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot f(\varphi). \quad (5.12)$$

Примером использования колебаний гармонического осциллятора в устройствах измерения времени является колебательный контур (рис. 5.4).

Если в таком контуре ток периодически изменяется с течением времени $I = \frac{dq}{dt}$, то в

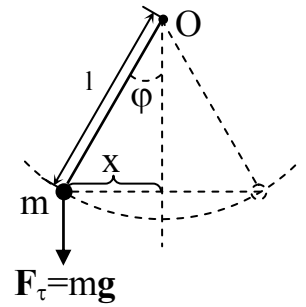


Рис. 5.3

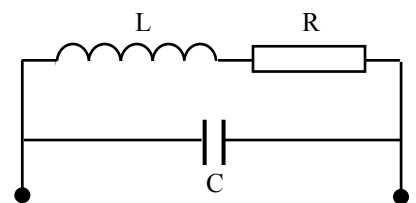


Рис. 5.4

контуре возникают электромагнитные колебания.

На основании второго правила Кирхгофа для участка такой цепи, содержащего L и C , можно записать

$$U_R + U_C = \varepsilon, \quad (5.13)$$

где $U_R = IR$ - падение напряжения на активном сопротивлении R ;

$U_C = \frac{q}{C}$ - падение напряжения на конденсаторе;

$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$ - ЭДС электромагнитной индукции, которая возникает в катушке с индуктивностью L .

Если в таком контуре $R = 0$, то электромагнитные колебания, возникшие в контуре незатухающие. В этом случае имеем

$$\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt},$$

где $i = \frac{dq}{dt}$; $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$.

Таким образом,

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (5.14)$$

Полученное уравнение является дифференциальным, второго порядка, однородным, решением которого является выражение вида

$$q(t) = q_0 \cdot \cos \omega t. \quad (5.15)$$

Решая уравнение (5.14) можно получить формулы для циклической частоты и периода электромагнитных колебаний. Имеем

$$-q_0\omega^2 \cdot \cos \omega t + \frac{1}{LC}q_0 \cdot \cos \omega t = 0.$$

Откуда

$$-\omega^2 + \frac{1}{LC} = 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (5.16)$$

Так как $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то для периода получаем

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (5.17)$$

Из выражения (5.17) видно, что период электромагнитных колебаний также не зависит от амплитуды q_0 . Колебательный контур используется во многих измерительных системах в качестве генера-

тора колебаний.

5.3. Адиабатические инварианты

Адиабатические инварианты это функции координат, скоростей и параметров системы, остающиеся постоянными при бесконечно медленных изменениях параметров.

В случае математического маятника такими параметрами являются l и g . Можно тянуть за свободный конец, увеличивая или уменьшая l . При этом над системой совершается работа и ее энергия изменяется.

Рассмотрим пружинный маятник. Полная энергия колебаний

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}. \quad (5.18)$$

Производная по времени от E (5.18) равна

$$\frac{dE}{dt} = \left(mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt} \right) + \frac{1}{2} x^2 k; \quad \left(mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt} \right) = 0.$$

Так как $F = -kx$ и $F = ma$, то, вводя потенциальную энергию $U = \frac{1}{2} kx^2$, получим

$$\dot{E} = U(x) \cdot \frac{\dot{k}}{k}. \quad (5.19)$$

Положение крайних точек и период T будут слегка изменяться с течением времени. Используя условие медленности изменения параметра k и \dot{k} , которое требует, чтобы за каждый период величина $\frac{\dot{k}}{k}$ оставалась почти постоянной и могла быть представлена в виде $\frac{\dot{k}}{k} = \left(\frac{\dot{k}}{k} \right)_0 \cdot (1 + \alpha)$, при $\alpha \rightarrow 0$ при $\dot{k} \rightarrow 0$, проинтегрировав выражение (5.19) в пределах от t до $t+T(k)$, получим

$$\Delta E = E(t+T) - E(t) = \left(\frac{\dot{k}}{k} \right)_0 \left[\int_t^{t+T} U[x(t')] \cdot dt' + \beta \right], \quad (5.20)$$

где β - поправка, равная нулю при $\dot{k} \rightarrow 0$.

Переменная интегрирования t' не равна нижнему пределу t . Интеграл можно вычислить в нулевом приближении, т.е. считать, что за время равное периоду колебаний k не изменяется. Возникшая в вы-

ражении ΔE ошибка будет высокого порядка малости, поэтому величиной β можно пренебречь, а множитель $\frac{\dot{k}}{k}$ представить в виде $\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)_0$. С учетом данного приближения будем иметь

$$\Delta E = \frac{\dot{k}}{k} \int_t^{t+T} U[x(t')] \cdot dt'. \quad (5.21)$$

Предположив, что при $t=0$ $k=\text{const}$ координата x изменяется по гармоническому закону $x = x_0 \cdot \cos(\omega t + \alpha)$, для потенциальной энергии получим

$$U = \frac{1}{2} k x^2 \cdot \cos^2(\omega t + \alpha) = \frac{1}{2} E [1 + \cos(2\omega t + \alpha)]. \quad (5.22)$$

Полная энергия системы, совершающей колебательное движение $E = \frac{1}{2} k x_0^2$. Используя это соотношение, интегрируя выражение (5.21) получим

$$\int_0^T U \cdot dt = \frac{1}{2} E \int_0^T [1 + \cos(2\omega t + \alpha)] \cdot dt = \frac{1}{2} E T. \quad (5.23)$$

Подстановка (5.23) в выражение (5.21) приводит к формуле

$$\Delta E = \frac{\dot{k}}{k} \frac{1}{2} E T = (\dot{k} T) \frac{E}{2k} = \frac{\Delta k}{2k} E. \quad (5.24)$$

Если энергию E рассматривать как функцию параметра k , то приближенное выражение (5.24) перейдет в дифференциальное выражение

$$\frac{dE}{E} - \frac{dk}{2k} = 0. \quad (5.25)$$

Интегрирование уравнения (5.25) приводит к выражению

$$\ln \frac{E}{\sqrt{k}} = \text{const}$$

или

$$\frac{E}{\sqrt{k}} = \text{const}. \quad (5.26)$$

Используя выражения $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ и $\omega^2 = \frac{k}{m}$, получим

$$\begin{aligned}
 ET &= \text{const} \\
 \frac{E}{\omega} &= \text{const} \quad .
 \end{aligned}
 \tag{5.27}$$

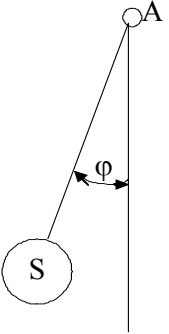
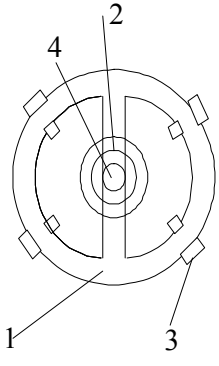
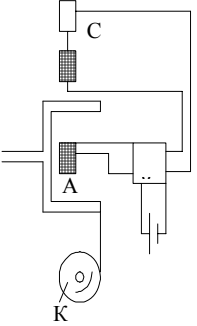
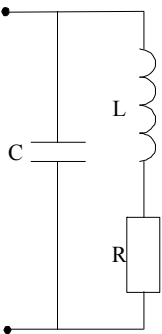
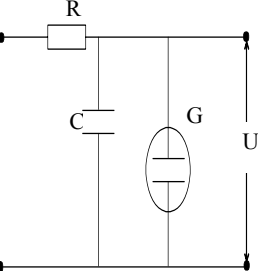
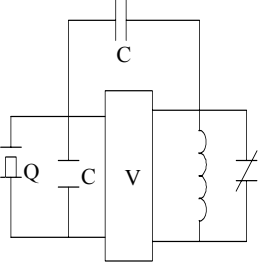
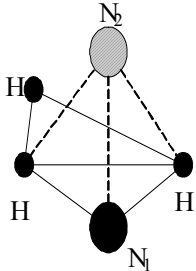
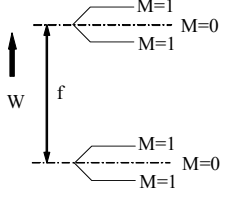
Уравнения (5.27) отображают адиабатические инварианты для гармонического осциллятора.

Медленное уменьшение длины нити, приводит к тому, что период медленно уменьшается. Одновременно энергия колебаний возрастает, так что произведение ($E \cdot T$) остается постоянным.

Примеры некоторых колебательных систем представлены в табл. 5.1.

Примеры некоторых колебательных систем

Таблица 5.1

Механические			Электрические			Атомные	
Маятнико- вая колеба- тельная система	Вращающая колебатель- ная система	Камертонная колебатель- ная система	Колеба- тельная система	Генератор релак- сационного ко- лебания	Кварцевый ос- циллятор	Молекуляр- ная колеба- тельная сис- тема (аммо- ний)	Атомная ко- лебательная система
 <p>А- ось маятника; S- центр тяжести; φ- угол отклонения</p>	 <p>1 - вращающееся кольцо; 2 - спиральная пружина; 3 - регулировочный винт; 4 - ось подшипника</p>	 <p>С- камертон; А- соленоид; К- храповое кольцо</p>	 <p>С - конденсатор; L - индуктивность; R - активное сопротивление контура</p>	 <p>G- лампа тлеющего разряда; U_к- релаксационное напряжение</p>	 <p>Q- кварцевый осциллятор</p>	 <p>Н- атом водорода; N₁- первое положение атома азота; N₂- второе положение атома азота</p>	 <p>W- энергия; f- участок перехода</p>

ЛЕКЦИЯ № 6. ВЫСОКОТОЧНЫЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ

6.1. Кварцевые часы

Действие кварцевых часов, которые были изобретены в 1927 г, основано на обратном пьезоэлектрическом эффекте, возникающим в сегнетоэлектриках, например, в кварцевой пластине (пьезокварце), помещенных в переменное электрическое поле.

Пьезоэлектрическими свойствами обладают только ионные кристаллы. Под действием внешних сил кристаллическая подрешетка из положительных ионов деформируется иначе, чем кристаллическая подрешетка из отрицательных ионов. В результате происходит относительное смещение положительных и отрицательных ионов, приводящее к возникновению поляризации кристалла и поверхностных зарядов. Поляризованность в первом приближении прямо пропорциональна деформации, которая, в свою очередь, прямо пропорциональна силе. Следовательно, поляризованность прямо пропорциональна приложенной силе. Между разноименно заряженными гранями деформированного диэлектрика возникает разность потенциалов, которую можно измерить, а по ее значению сделать заключение о величине деформаций и приложенных силах, что находит многочисленные практические применения. Например, имеются пьезоэлектрические датчики для измерения быстропеременных давлений. Известны пьезоэлектрические микрофоны, пьезоэлектрические датчики в автоматике и телемеханике и т.д.

Помимо прямого пьезоэффекта, в пьезоэлектриках существует обратный пьезоэффект. Он состоит в том, что во внешнем электрическом поле пьезоэлектрик деформируется. Его существование следует из наличия прямого пьезоэффекта и закона сохранения энергии. При деформировании пьезоэлектрика работа внешних сил равна энергии упругой деформации и энергии электрического поля, возникающего при пьезоэффекте. Следовательно, при деформировании пьезоэлектрика необходимо преодолевать дополнительную силу, кроме силы упругости кристалла, которая препятствует деформации и является фактором, обуславливающим обратный пьезоэффект. Чтобы компенсировать дополнительную силу, надо приложить внешнее электрическое поле, противоположное тому, которое возникает при пьезоэффекте. Таким образом, для получения некоторой деформации пьезоэлектрика под влиянием внешнего электрического поля необходимо,

чтобы оно было равно, но противоположно направлено тому полю, которое при данной деформации возникает в результате прямого пьезоэлектрического эффекта. Механизм обратного пьезоэлектрического эффекта аналогичен механизму прямого пьезоэффекта. Под действием внешнего электрического поля кристаллические подрешетки положительных и отрицательных ионов деформируются различным образом, что и приводит к деформации кристалла.

Обратный пьезоэлектрический эффект также имеет многочисленные практические применения, в частности, широкое применение получили кварцевые излучатели ультразвука, кварцевые часы.

На рис. 6.1 качественно поясняется возникновение прямого и

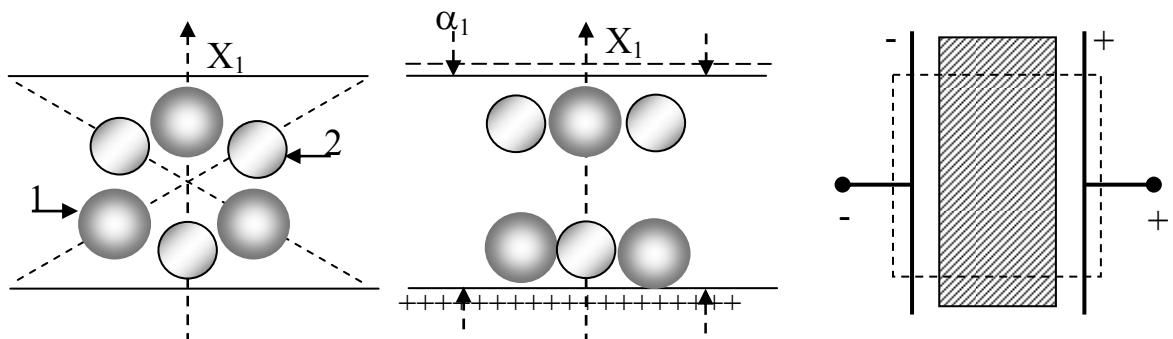


Рис. 6.1

обратного пьезоэлектрического эффекта в кварце.

6.2. Принцип действия пьезоэлектрического преобразователя

Действие преобразователя основано на прямом пьезоэффекте. Обычно это пластинка, изготовленная из пьезоэлектрического материала, на которой имеются два электрода. Входной величиной могут быть либо силы, производящие деформацию сжатия, либо силы, производящие деформацию сдвига.

Выходной величиной преобразователя является напряжение на электродах

$$U = \frac{q}{C}, \quad (6.1)$$

где q - пьезоэлектрический заряд.

Пьезоэлектрический заряд определяется уравнением

$$q = \delta F, \quad (6.2)$$

где δ - пьезоэлектрический модуль, который зависит от вещества и

его состояния.

Таким образом, имеем

$$U = \frac{\delta F}{C}. \quad (6.3)$$

Величина возникающего напряжения достигает единиц вольт. При этом если действующая сила постоянная, то заряд быстро убывает из-за входного сопротивления измерительного вольтметра (утечка заряда), и измерить напряжение трудно. Если сила переменная, то возникающее напряжение также переменное. В этом случае измерение напряжения возможно. Когда период изменения силы много меньше постоянной времени, определяемой емкостью преобразователя, то процесс утечки не влияет на выходное напряжение элемента. При синусоидальном законе изменения силы напряжение изменяется также синусоидально

$$U = U_0 \cdot \sin \omega t. \quad (6.4)$$

Затухание колебаний пьезокварца очень мало. Это свойство широко используется в радиотехнике для стабилизации частоты радиопередатчиков. Это же свойство позволило построить достаточно точные часы. Высокое постоянство частоты колебаний кварцевой пластинки обеспечивает равномерность хода и высокую точность порядка $\pm 0,000001$ с.

К недостаткам следует отнести зависимость точности кварцевых часов от температуры окружающей среды, а также старение кварца, приводящее к медленному дрейфу хода часов. Последний недостаток практически неустраним.

6.3. Молекулярные часы

В большинстве механических систем силы, обеспечивающие их устойчивость, лишь в десятки или сотни раз превышают воздействие внешних сил. Напротив, в микросистемах, например атомах и молекулах, между частицами действуют столь большие силы, что обычные внешние воздействия намного меньше их. Поэтому обычные изменения внешних условий (температуры, давления и т.д.) не вызывает изменений внутри этих микросистем. Это делает их привлекательными в качестве задающего элемента в часах.

Частота колебаний молекул очень высока. Для одного из основных переходов в молекуле аммиака она составляет $\sim 2,4 \cdot 10^{11}$ перио-

дов в секунду. Ни одно механическое или электронное устройство для определения этой величины не применимо. Измерение этой величины производится с помощью молекулярных часов, предложенных в 1953 г, устройство и принцип действия которых можно представить так. В металлический волновод (трубу) помещают аммиак. К одному концу подводятся высокочастотные электромагнитные колебания, а к другому детектор, измеряющий их интенсивность.

Молекулы аммиака поглощают энергию только лишь на резонансной частоте и переходят в возбужденное состояние. У другого конца детектор регистрирует провал интенсивности.

Колебания, вырабатываемые генератором, стабилизируются пьезокварцем. С помощью умножителя частоту доводят до резонансной частоты. Дискриминатор, стоящий на выходе волновода отмечает интенсивность прошедших по волноводу колебаний и, за счет обратной связи, обеспечивает настройку на резонанс.

В конечном счете, в молекулярных часах в качестве стандарта частоты и времени используются молекулы аммиака. Нестабильность частоты составляет $\sim 10^{-8}$.

Недостаток молекулярных часов связан с размытостью кривой поглощения, что ограничивает их точность. Оказалось, что причина размазывания пика поглощения обусловлена эффектом Доплера.

6.4. Эффект Доплера

Частота колебаний не является инвариантной характеристикой и изменяется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой инерциальной системе отсчета. Пусть в покоящейся системе К частота, распространяющейся в направлении X волны, равна ω . Определим частоту ω' , воспринимаемую наблюдателем, находящимся в движущейся вдоль оси X со скоростью v системе К'. Уравнение волны в системе К можно записать так

$$\psi_{\omega}(x, t) = a \cdot e^{-i\omega t + ikx}. \quad (6.5)$$

Тогда в системе К' уравнение той же волны, в силу преобразований Галилея, будет иметь вид

$$\psi_{\omega'}(x', t') = a \cdot e^{-i\omega' t' + ik(x' + vt')} = a \cdot e^{-i[\omega - kv]t' + ikx'}. \quad (6.6)$$

Из сравнения уравнений волны следует, что наблюдатель в системе К' регистрирует волновой процесс с частотой

$$\omega' = \omega - kv \quad (6.7)$$

и волновым числом $k' = k$.

Учитывая, что $k = \omega/v'$, где v' – скорость волны в системе К, приходим к выражению

$$\omega' = \omega \left(1 - \frac{v}{v'} \right). \quad (6.8)$$

Полученная формула позволяет оценить отличие частоты воспринимаемой приемником $\omega_{\text{пр}}$ от частоты колебаний источника $\omega_{\text{ист}}$, если они движутся относительно друг друга.

Пусть источник волны покоится, а приемник удаляется со скоростью v . Тогда $\omega = \omega_{\text{ист}}$, а $\omega' = \omega_{\text{пр}}$. Поэтому

$$\omega_{\text{пр}} = \omega_{\text{ист}} \left(1 - \frac{v}{v'} \right) < \omega_{\text{ист}}. \quad (6.9)$$

Если приемник приближается к источнику, то изменяется знак скорости v

$$\omega_{\text{пр}} = \omega_{\text{ист}} \left(1 + \frac{v}{v'} \right) > \omega_{\text{ист}}. \quad (6.10)$$

В рассмотренной выше молекулярной колебательной системе внутри волновода молекулы аммиака совершают хаотическое движение, в результате которого часть молекул движутся навстречу электромагнитной волне (к источнику), и поэтому для них частота колебаний выше излучаемой генератором. Часть частиц движутся от приходящей электромагнитной волны (от источника). Для них частота ниже, чем излучаемая генератором.

В начале 1960-х годов ученые американского бюро стандартов исключили влияние эффекта Доплера на уширение линии поглощения. Их разработка оказалась новым, более точным стандартом частоты и времени, который называли атомно-лучевыми цезиевыми часами.

Для понимания принципа их действия следует рассмотреть эффект Зеемана, на котором основано действие этих часов.

6.5. Эффект Зеемана

Эффект Зеемана заключается в расширении уровней энергии атомов, помещенных в магнитное поле.

Рассмотрим изменения, которые происходят в орбитальном

движении электрона при наложении внешнего магнитного поля (рис. 6.2).

Пусть плоскость орбиты перпендикулярна к направлению внешнего магнитного поля \vec{H} . Согласно рисунку направления $\vec{P}_{\text{орб}} \parallel \vec{H}$ совпадают.

Без внешнего поля $\vec{H} = 0$.

$$F_k = m\omega^2 r. \quad (6.11)$$

При включении поля возникает сила Лоренца

$$F_L = l\nu H. \quad (6.12)$$

Под действием разности сил $(F_k - F_L)$ угловая скорость электрона (частота вращения по орбите) изменится на величину $\Delta\omega$

$$mr(\omega + \Delta\omega)^2 = F_k - l\nu H$$

или

$$mr\omega^2 + 2mr\omega \cdot \Delta\omega + mr \cdot \Delta\omega^2 = F_k - l\nu H.$$

Учитывая, что $mr\omega^2 = F_k$, $r\omega = v$ и что слагаемым, содержащим $\Delta\omega^2$, можно пренебречь, т.к. $\Delta\omega^2 \ll \Delta\omega$, получим

$$\Delta\omega = \pm \frac{lH}{2m}. \quad (6.13)$$

Таким образом, внешнее магнитное поле изменяет скорость движения электрона на орбите, что приводит к изменению энергии электрона.

Дополнительная энергия, соответствующая приращению частоты

$$\Delta E = -\mu_{jB} H, \quad (6.14)$$

где μ_{jB} - проекция магнитного момента на направление поля.

Проекция магнитного момента на направление магнитного поля

$$\mu_{jB} = -\mu_B g m_j. \quad (6.15)$$

После подстановки выражения (6.15) в уравнение (6.14) приходим к выражению

$$\Delta E = \mu_B g H m_j, \quad (6.16)$$

где - $m_j = -j, -j+1, \dots, j-1$.

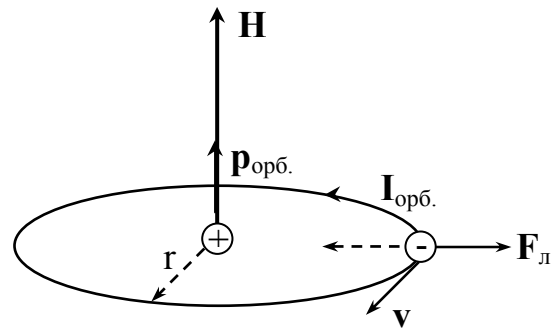


Рис. 6.2

Из формулы (6.16) следует, что энергетический уровень, соответствующий состоянию $^{2S+1}L_j$, расщепляется на $2j+1$ равноотстоящих подуровней, причем величина расщепления зависит от множителя Ланде g , т.е. от квантовых чисел L , S , j данного уровня. На рисунке 6.3 показано расщепление уровней для $P \rightarrow S$ перехода. В отсутствие поля наблюдается одна линия с частотой ω_0 . При включении поля, кроме линии ω_0 , появляются две расположенные симметрично относительно нее линии с частотами

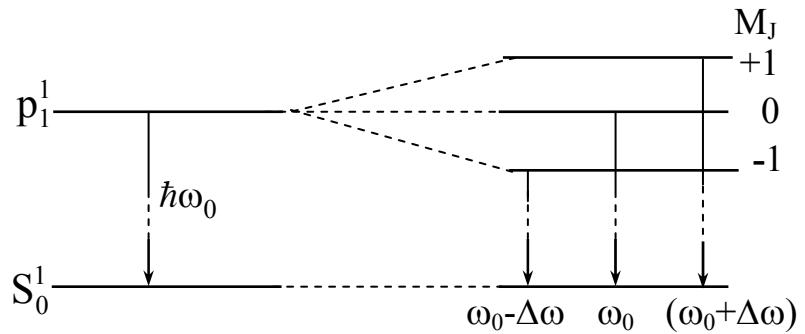


Рис. 6.3

$\omega_0 + \Delta\omega$ и $\omega_0 - \Delta\omega$. Такое расщепление называют простым эффектом Зеемана. Наблюдаются и более сложные случаи.

6.6. Квантовые стандарты частоты

Главной частью цезиевого квантового стандарта частоты является атомнолучевая трубка (рис. 6.4). В одном конце расположен источник атомов в виде жидкого цезия, соединенный с остальным объемом узким каналом. Вылетающие атомы формируют слабо расходящийся пучок. В противоположном конце расположен детектор атомов, состоящий из раскаленной вольфрамовой нити и коллектора. Атом Cs касается проволоочки, отдает ей электрон и в виде иона притягивается к коллектору (детектор с поверхностной ионизацией). В цепи возникает ток, пропорциональный интенсивности пучка.

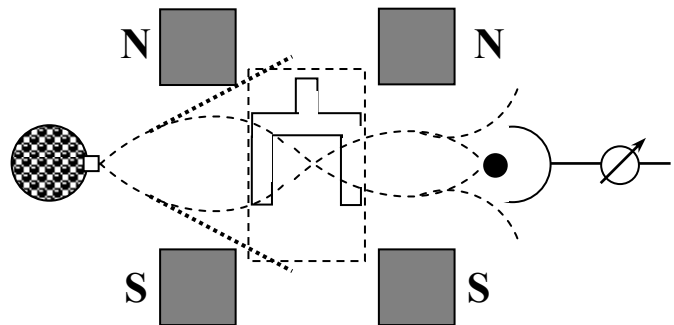


Рис. 6.4

На пути к детектору магнитное поле \vec{H}_1 расщепляет пучок на 16 пучков (эффект Зеемана), в которых летят атомы в разных энерги-

ческих состояниях. Для семи из них энергия возрастает, для других семи – убывает, а для двух почти не зависит от поля. Семь отклоняются к N-полюсу, семь – к S-полюсу, а два с энергиями E_1 и E_2 почти не отклоняются и попадают в поле \vec{H}_2 . Поле \vec{H}_2 направляет на детектор только атомы с энергией, соответствующей одному из пары уровней E_1 или E_2 и отклоняет другие. В промежутке между магнитными полями, с напряженностями \vec{H}_1 и \vec{H}_2 соответственно, атомы пролетают через резонатор, в котором возбуждаются колебания. Частота колебаний соответствует переходам $E_1 \leftrightarrow E_2$. Если под влиянием электромагнитного поля атом Cs с энергией E_1 перейдет в состояние с E_2 или наоборот, то поле \vec{H}_2 отклонит их от детектора и ток детектора уменьшится на величину, пропорциональную числу атомов, совершивших переход. Число таких атомов максимально, если частота электромагнитного поля точно совпадает с частотой перехода. Контур спектральной линии приведен на рисунке 6.5.

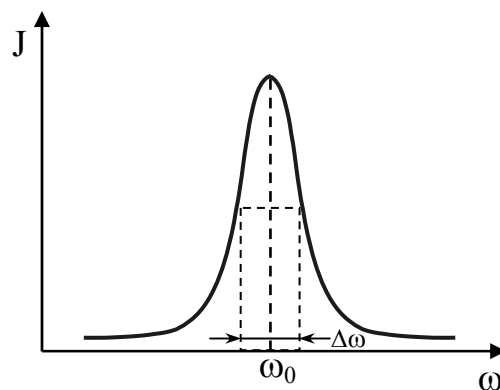


Рис. 6.5

Частота, соответствующая вершине спектральной линии называется реперной точкой. Соответствующий ей период равен $1/9192631777,0$ с. Точность определения ω_0 составляет доли % от ширины линии $\Delta\omega$. Чем уже спектр, тем выше точность. Точность ограничена уширением спектральной линии, что составляет $\sim(10^{-12}-10^{-13})$. Это уширение обусловлено временем взаимодействия атомов с электромагнитным полем резонатора; чем больше время, тем уже линия. Это следует из соотношения неопределенностей. Преодоление этой трудности достигается применением резонатора П-образной формы (рис. 6.4).

Цезиевые квантовые стандарты частоты входят в состав национальных эталонов частоты и времени и обеспечивают воспроизведение длительности секунды с относительной погрешностью меньшей, чем 10^{-13} .

6.7. Водородный квантовый генератор

Водородный квантовый генератор представляет собой устройство, в котором атомы водорода из источника попадают в установку в виде узкого пучка (рис. 6.6).

Далее пучок пролетает между полюсными наконечниками многополюсного магнита, неоднородное поле которого фокусирует к оси пучка атомы, находящиеся в возбужденном состоянии и разбрасывает атомы, пребывающие в основном состоянии. Возбужденные атомы влетают через отверстие в кварцевую колбу, находящуюся внутри объемного резонатора, в котором возбуждается электромагнитное поле с частотой, соответствующей переходу возбужденных атомов в основное состояние. Излученные фотоны длительное время остаются в резонаторе, что создает обратную связь, необходимую для самовозбуждения квантового генератора. Так как достижимые добротность резонаторов и интенсивность пучков недостаточны для самовозбуждения генератора, то стенки кварцевой колбы покрывают изнутри тонким слоем фторопласта. Возбужденные атомы водорода могут ударяться о фторопластовую пленку до 10^4 раз, не потеряв избыточную энергию. Таким образом, возбужденные атомы водорода скапливаются в колбе, и их среднее время жизни увеличивается до 1 с. Этим достигается стабильность возбуждения генерации.

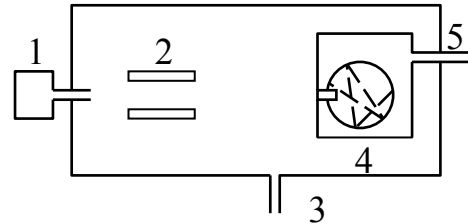


Рис. 6.6

Из-за эффекта Доплера хаотичное движение атомов не приводит к уширению спектральной линии. Так как движение атомов ограничено объемом, размеры которого меньше длины волны λ соответствующей спектральной линии, то линия приобретает вид узкого пика шириной $\Delta\omega = 1$ Гц. Малая ширина линии обеспечивает малую погрешность водородного генератора. Кратковременная нестабильность составляет $\sim 2 \cdot 10^{-14}$. Систематический дрейф у них не обнаружен. Воспроизводимость показания таких часов $\pm 5 \cdot 10^{-13}$.

6.8. Зависимость времени от системы отсчета

Рассмотрим мысленный эксперимент. Космический корабль со скоростью $v \approx c$ пролетает мимо Земли. Для двух наблюдателей,

один из которых находится внутри корабля, а другой на поверхности Земли, у обоих имеются точные часы, промежуток времени, определяемый по этим часам, будет разный.

Так, если наблюдатель в корабле производит вспышку света и измеряет время движения света от источника к приемнику (рис. 6.7), то промежуток времени по его часам будет равен

$$\Delta t = \frac{2D}{c}. \quad (6.17)$$

Наблюдатель на Земле по своим часам измеряет промежуток времени, пройденный световым сигналом. За время Δt корабль проходит путь $2L = v \cdot \Delta t$. По диагонали свет проходит путь $S = \sqrt{D^2 + L^2}$. Тогда для скорости света имеем

$$c = \frac{2\sqrt{D^2 + L^2}}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{D^2 + v^2 \cdot \Delta t^2 / 4}}{\Delta t} \Rightarrow c^2 = \frac{4D^2}{(\Delta t)^2} + v^2, \quad (6.18)$$

а для промежутка времени

$$\Delta t = \frac{2D}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (6.19)$$

Но $\frac{2D}{c} = \Delta t_0$, поэтому

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ т.к. } \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1, \text{ то } \Delta t > \Delta t_0. \quad (6.20)$$

Промежуток времени между событиями для земного наблюдателя (покоящегося) больше, чем для движущегося относительно него.

Это общий результат СТО (Специальной теории относительности). Движущиеся часы идут медленнее, чем покоящиеся.

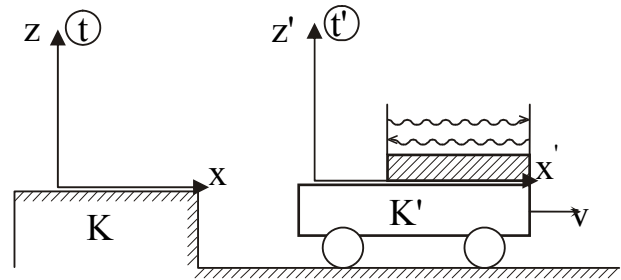


Рис. 6.7

ЛЕКЦИЯ № 7. ИЗМЕРЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ РАЗМЕРОВ

Потребность в измерении возникла, когда человеку необходимо было определить размеры земельного участка, расстояния при постройке жилищ, изготовлении одежды. Земельные участки измеряли ступнями ног, вплотную поставленных одна впереди другой. Отсюда произошло название единицы длины фут. Кроме того, использовали длины, равные ширине большого пальца дюйм, от голландского слова *duim* «палец». Эти единицы сохранились в дюймовой системе мер, еще используемой в США и Англии (1 дюйм составляет $1/12$ фута и равен $0,0254 \text{ м} \approx 25,4 \text{ мм}$). В качестве более мелких единиц длины использовали длину пшеничного зерна и еще меньшую величину толщину волоса мула.

Приведенные единицы измерения являлись одновременно и «мерами», т.е. разновидностью измерительных средств.

Из древнерусских мер длины для оценки относительно больших расстояний использовали «версты». Слово происходит от глагола «верстать», обозначающего «уравнивать путем сравнения». Слово «верста» указывается в летописях еще в 1097 г.

Более мелкие значения длины древнерусских мер сажень, локоть и пядь.

Одна верста = 750 сажений = 2250 локтей = 4500 пядей. Приведенные значения мер установлены из размеров тела мужчин с наиболее часто встречающимся у русских ростом – 170 см.

«Аршин» это мера, заимствованная с востока в середине 16 в. Длина аршина равна 720 мм. На аршины наносили деления в вершках (45 мм).

В эпоху Петра I русские меры длины сравнивались с английскими мерами установлением простых соотношений. В кораблестроении применяли, например, английский фут.

Совокупность русских мер стала выражаться следующим образом: 1 сажень = 7 футам = 21336 мм; 1 аршин = 28 дюймам = $2\frac{1}{3}$ фу-
там = 711,2 мм.

Отдельные единицы имели не только отдельные страны, но и внутри стран не было единообразия. Например, в России до Революции в справочнике для строителей приведено 100 разных футов.

В декабре 1799 г. произошло значительное событие в истории измерений. Во Франции была введена в качестве обязательной метрическая система мер. В этой системе за единицу длины был принят метр. Слово метр происходит от греческого **metron**, что означает «мера». До этой системы использовали разделение основной меры на 12 частей. Метр делили на десять частей.

В качестве единицы длины (метра) приняли $1 \cdot 10^{-7}$ части от четверти земного меридиана, проходящего через Париж. Был изготовлен эталон в виде платиновой линейки шириной около 25 мм и толщиной около 4 мм с расстоянием между концами в 1 метр. Теперь этот эталон называют «архивный метр».

Однако расхождение в измерении меридиана достигали 0,01%. Поэтому в 1872 г. отказались от «естественного» эталона длины и приняли в качестве эталона длину «архивного метра», т.е. в качестве исходной меры. По эталону изготовили 31 копию в виде брусков X-образного сечения (рис. 7.1).

Вблизи каждого конца нанесены три штриха. Расстояние между средними штрихами равно 1 метру при 0°C . В качестве материала для изготовления эталона взяли сплав платины (90%) и иридия (10%).

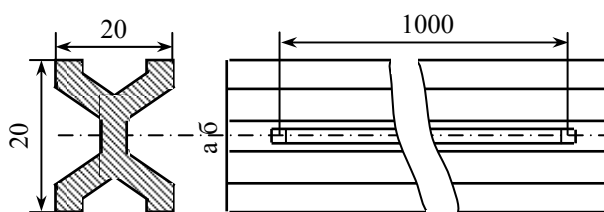


Рис. 7.1

Полученные Россией копии находятся на хранении в научно-исследовательском институте им. Д.И. Менделеева (НИИМ) в Санкт-Петербурге.

В 1960 г. 11-я Генеральная конференция по мерам и весам приняла новое определение метра. Метр это «длина, равная $1650763,73$ длины волны в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p^{10}$ и $5d^5$ атома криптона 86». Для воспроизведения эталона метра в НИИМе был создан эталонный интерферометр.

В мае 1975 г. 17 государств, в том числе и Россия, подписали Метрическую Конвенцию. В наше время к ней присоединились 43 страны. В Англии и США сохраняется дюймовая система, но уже принято решение о переходе на метрическую систему.

В 1983 г. на 17-й Генеральной конференции мер и весов в Па-

риже было принято новое определение единицы длины – метра. Метр – это длина пути, проходимого светом в вакууме за $1/29979254$ долю секунды. Этот метод определения единицы длины проще, при этом повышается точность воспроизведения, т.к. в настоящее время удалось более чем в сто раз повысить точность измерения скорости распространения света в вакууме.

Единицей измерения угла является градус. Градус равен $1/360$ окружности. Он не требует, строго говоря, эталона, так как полная окружность равна 360° . Таким образом, градус как единица измерения угловых величин является естественным эталоном.

7.1. Измерительные средства линейных и угловых размеров

В основе принципа действия современных средств измерения линейных и угловых размеров используются следующие физические принципы: механический, пневматический, электрический, оптический и их сочетания.

Измерительные средства, в которых механизм построен на механическом и пневматическом принципе действия, т.е. когда преобразование малых перемещений измеряемых величин в большие перемещения на отсчетном или регистрирующем устройстве производится с помощью механических передач, подробно рассматриваются в специальных курсах по механической обработке металлов.

В нашем случае рассматриваются измерительные средства, устройство которых основано на физических явлениях и законах, т.е. электрические и оптические измерительные средства.

7.2. Средства измерения линейных размеров с емкостным датчиком

Действие средств измерения с емкостным датчиком основано на преобразовании линейных или угловых перемещений в изменение электрической емкости. При этом изменяется либо зазор между обкладками конденсатора, либо площадь их взаимного перекрытия (рис. 7.2). В том и другом случае изменяется емкость конденсатора.

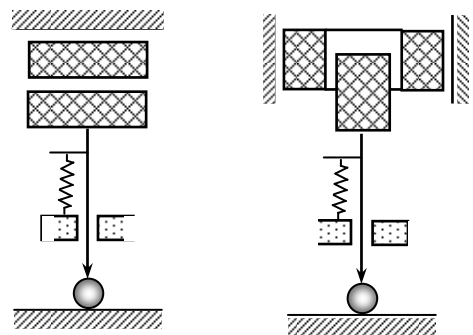


Рис. 7.2

Чаще всего в качестве емкостного преобразователя используется плоский конденсатор, емкость которого определяется выражением

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{\delta}. \quad (7.1)$$

Изменение любого параметра, входящего в выражение (7.1), приводит к изменению емкости.

У преобразователя с прямоугольными электродами, как показано на рисунке 7.3, имеется некоторый диапазон перемещения пластин, в пределах которого емкость линейно зависит от x , что представлено на графике рисунка 7.3.

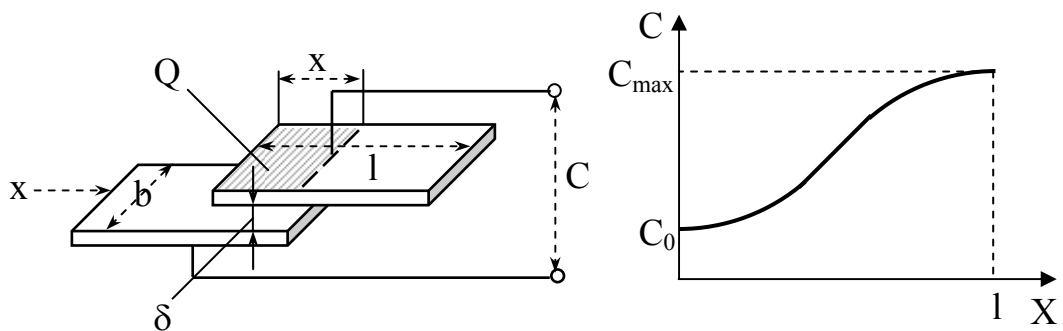


Рис. 7.3

Отступление от линейной зависимости обусловлено краевым эффектом.

В области линейной зависимости чувствительность такого преобразователя определяется выражением

$$S = \frac{dC}{dx} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon b}{\delta}. \quad (7.2)$$

Как видно, чувствительность увеличивается с уменьшением расстояния δ между электродами.

Если изменяется расстояние δ между электродами, то функция преобразования становится гиперболической

$$S = \frac{dC}{d\delta} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{\delta^2}. \quad (7.3)$$

В этом случае чувствительность преобразователя значительно больше зависит от расстояния δ между обкладками, чем в предыдущем случае. Для увеличения чувствительности целесообразно уменьшить δ . Однако при слишком малых значениях δ может наступить пробой конденсатора.

Возможен преобразователь, в котором перемещают диэлектрик

в зазоре между обкладками (рис 7.4).

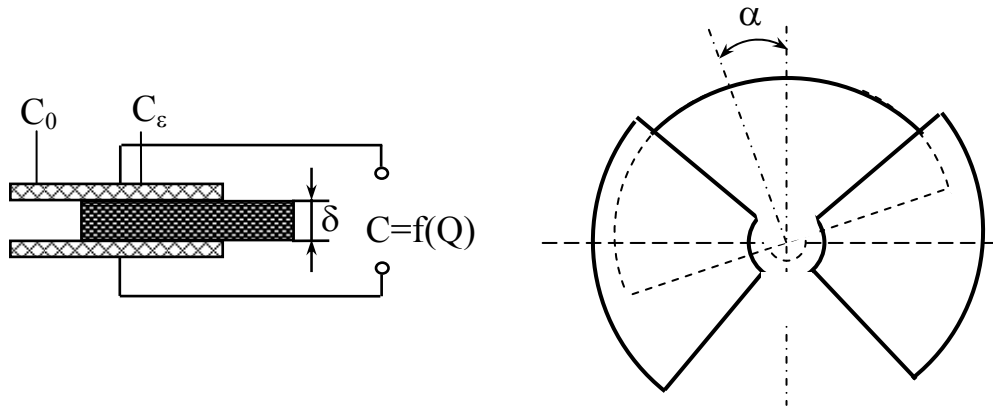


Рис. 7.4

В этом случае емкость определяется как для двух параллельно включенных конденсаторов

$$C = C_0 + C_\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 (S_0 + S_\varepsilon (\varepsilon - 1))}{\delta}, \quad (7.4)$$

где C_0 – емкость конденсатора без диэлектрика;

C_ε - емкость части обкладок с диэлектриком;

S_0 и S_ε - площади обкладок.

Схема включения емкостного преобразователя приведена на рисунке 7.5.

Генератор питает резонансный LC контур. В контур помимо емкости преобразователя $C_{пр}$ включен подстроечный конденсатор C^* . При изменении емкости преобразователя на ΔC напряжение на контуре изменяется по резонансной кривой емкости на ΔU .

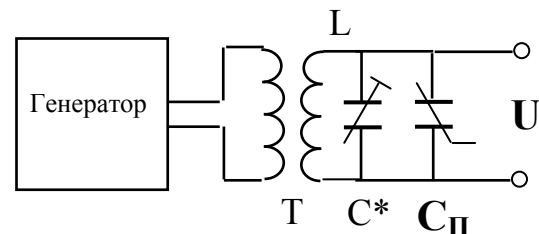


Рис. 7.5

Подстроечный конденсатор служит для настройки контура так, чтобы чувствительность измерительной цепи $S = \frac{\Delta U}{\Delta C}$ была максимальной.

Погрешность емкостных преобразователей обусловлена термическим изменением расстояния между электродами (температурная погрешность), погрешностью за счет токов утечки и емкостью подводящих проводов.

7.3. Средства измерения размеров с индуктивным преобразователем

Одним из электрических средств измерения является индуктивный преобразователь (датчик). Это устройство, преобразующее механические перемещения в электрический сигнал. Основным элементом датчика является катушка индуктивности (дроссель) с магнитопроводом и подвижным якорем, который при изменении линейного или углового размера смещается относительно катушки, что приводит к изменению индуктивности катушки (рис. 7.6). Изменение индуктивности катушки приводит к изменению индуктивного сопротивления Z от размера воздушного зазора δ .

Функцию преобразования индуктивного преобразователя с некоторыми допущениями можно получить исходя из следующих соображений. Как известно, индуктивность (L) катушки (соленоида) может быть определена по формуле

$$L = \frac{N\Phi}{I}, \quad (7.5)$$

где N – число витков катушки;

Φ – магнитный поток, пронизывающий катушку;

I – сила тока в катушке.

Циркуляция напряженности магнитного поля связана с полным током соотношением

$$\oint_L H_1 \cdot dl = \sum_{i=1}^N I_i, \quad (7.6)$$

где H_1 – проекция вектора напряженности \vec{H} на направление контура интегрирования dl ;

N – число витков с током, охватываемых контуром L .

Величину ($H \cdot l$) называют магнитодвижущей силой. Она характеризует магнитное действие тока. Сила тока связана с магнитодвижущей силой соотношением

$$I = \frac{Hl}{N}. \quad (7.7)$$

Тогда для индуктивности получим

$$L = \frac{N^2 \Phi}{Hl} = \frac{N^2}{R_M}, \quad (7.8)$$

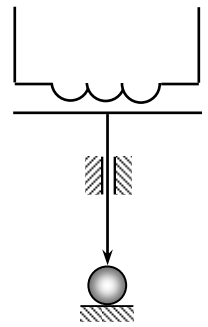


Рис. 7.6

где $R_M = \frac{Hl}{\Phi}$ - магнитное сопротивление преобразователя.

Если пренебречь рассеянием магнитного потока и нелинейностью кривой намагничивания стали, то магнитное сопротивление преобразователя

$$R_M = R_{ст} + R_3 = \frac{l_{ст}}{\mu\mu_0 S_{ст}} + \frac{2\delta}{\mu_0 S_3}, \quad (7.9)$$

где $R_{ст}$ - магнитное сопротивление стальных участков магнитопровода;

$l_{ст}$ - длина средней линии по стальным участкам;

$S_{ст}$ - поперечное сечение стали;

μ - магнитная проницаемость стали;

R_3 - магнитное сопротивление воздушного зазора, длиной δ и сечением S_3 .

Если предположить, что сечение магнитопровода катушки равно сечению зазора ($S_{ст} = S_3$), то индуктивность преобразователя будет равна

$$L = \frac{\mu_0 S_3 N^2}{2\delta + \frac{l_{ст}}{\mu}}. \quad (7.10)$$

Пренебрегая активным сопротивлением катушки и величиной ($l_{ст}/\mu$) вследствие большого значения μ ($2\delta \gg l_{ст}/\mu$), для функции преобразования, т.е. зависимости индуктивного сопротивления Z от размера воздушного зазора δ , будем иметь

$$\begin{aligned} Z(\delta) &= \omega \cdot L = \omega N^2 \mu_0 S_3 / (2\delta + l_{ст}/\mu) \approx \\ &\approx \frac{\omega N^2 \mu_0 S_3}{2\delta}. \end{aligned} \quad (7.11)$$

График зависимости функции преобразования от величины зазора приведен на рисунке 7.7.

Под чувствительностью индуктивного преобразователя часто понимают отношение

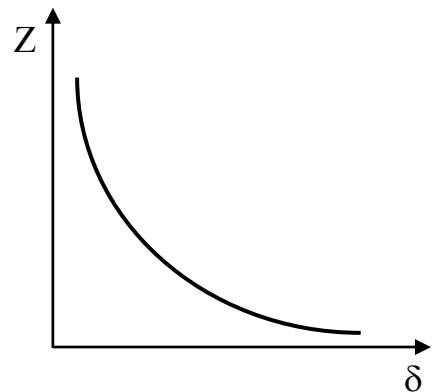


Рис. 7.7

$$S = \lim_{\Delta\delta \rightarrow 0} \frac{\Delta Z / Z}{\Delta\delta} = \frac{H}{Z} \frac{dZ}{d\delta}. \quad (7.12)$$

С учетом выражения (7.12) имеем

$$S = -\frac{2}{(2\delta + l_{\text{ст}}/\mu)} \approx \frac{1}{\delta}. \quad (7.13)$$

Из соотношения (7.13) видно, что чувствительность индуктивного преобразователя обратно пропорциональна величине воздушного зазора магнитопровода.

Погрешность индуктивного преобразователя обусловлена температурным изменением активного сопротивления обмотки, силой притяжения якоря, которая не линейно зависит от перемещения якоря.

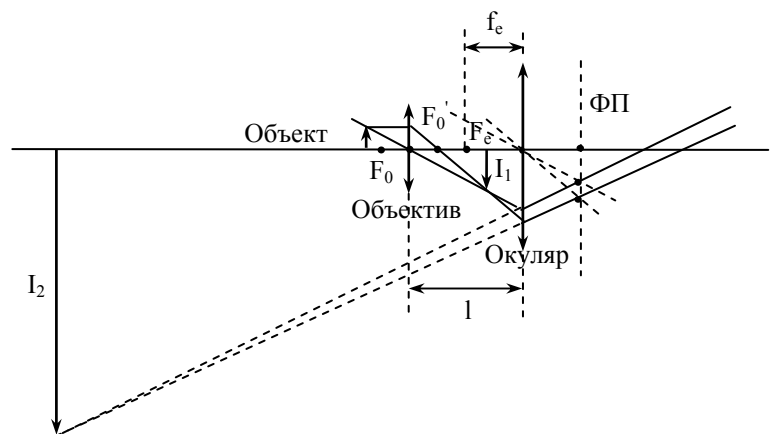
7. 4. Измерение линейных и угловых размеров оптическими приборами

К оптическим приборам, широко используемым в машиностроении для измерения линейных размеров, относятся оптиметры, длинномеры, интерферометры, инструментальные измерительные микроскопы, проекторы. Физическую основу названных приборов составляют законы геометрической и волновой оптики.

7.4.1. Оптический микроскоп. Увеличение микроскопа

Микроскоп предназначен для наблюдения очень близких объектов. Объект расположен непосредственно перед фокальной точкой объектива, как показано на рисунке 7.8. Создаваемое объективом действительное изображение I_1 в свою очередь увеличивается окуляром и превращается в очень большое мнимое изображение I_2 .

Полное увеличение микроскопа равно произведению увеличений объектива и окуляра. Изображение I_1 , создаваемое объективом в Γ_0 раз больше самого объекта. Формулу увеличения микроскопа можно получить из рисунка.



$$\Gamma = -\frac{d_i}{d_o}. \quad (7.14)$$

$$\Gamma_0 = \frac{d_i}{d_0} = \frac{1-f_1}{d_0}, \quad (7.15)$$

где l – расстояние между линзами (длина тубуса).

Окуляр действует как обычная лупа и можно считать, что его увеличение Γ_e равно

$$\Gamma_1 = \frac{N}{f_1}, \quad (7.16)$$

где N – расстояние наилучшего зрения (для нормального глаза $N = 25$ см).

Так как окуляр увеличивает создаваемое объективом изображение, то общее увеличение Γ равно

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_0 = \left(\frac{N}{f_1} \right) \left(\frac{1-f_1}{d_0} \right) \approx \frac{Nl}{f_1 f_0}. \quad (7.17)$$

При вполне доступных для изготовления объективов и окуляров с фокусными расстояниями $1,5 \cdot 10^{-3}$ и 10^{-2} м можно получить увеличение микроскопа до 2500 раз.

7.4.2. Разрешающая способность оптических приборов

Разрешающей способностью линзы называют ее способность создавать отдельные изображения двух близких друг к другу точечных объектов.

Разрешающую способность ограничивают два разных фактора. Первый из них – aberrации линзы. Вследствие сферических и других aberrаций изображением точечного объекта будет не точка, а пятнышко.

Второй фактор, ограничивающий разрешающую способность, это дифракция, которая является следствием волновой природы света.

Дифракция света наблюдается не только при его прохождении через щели. Так, например, линза, из-за наличия у нее краев, действует подобно щели. При создании линзой изображения точечного объекта в действительности возникает дифракционная картина. Изображение оказывается размытым даже без aberrации.

Распределение интенсивности света на экране при дифракции на щели таково, что большая часть света сосредоточена в центральном (главном) максимуме. По обе стороны от центра интенсивность

спадает до первого минимума, находящегося под углом $\theta \approx \lambda/d$, где d – ширина щели. За первым максимумом наблюдается ряд менее интенсивных максимумов. Для линзы или любого круглого отверстия изображение точечного объекта представляет собой центральный пик в виде круглого пятна (дифракционное пятно), окруженный слабыми кольцами. Угловая полуширина центрального максимума определяется выражением

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{d}. \quad (7.18)$$

Распределение интенсивности на дифракционной картине от круглого отверстия показано на рисунке 7.9.

Когда два точечных объекта находятся очень близко друг от друга, дифракционные картины их изображений перекрываются. Если объекты сблизятся еще больше, то наступит момент, когда уже нельзя сказать, одно это изображение или два.

Существует общепринятый критерий, предложенный Рэлеем: два изображения находятся на пороге разрешения, когда центр дифракционного диска одного из них совпадает с первым минимумом на дифракционной картине другого. Подобное расположение показано на рисунке 7.10.

Из рисунка 7.10 следует, что угловое расстояние между ними равно углу θ :

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{d}. \quad (7.19)$$

Такой предел, обусловленный дифракцией, налагает на разрешающую способность линзы волновая природа света.

Таким образом, увеличение свыше некоего предела означает простое увеличение дифракционной картины.

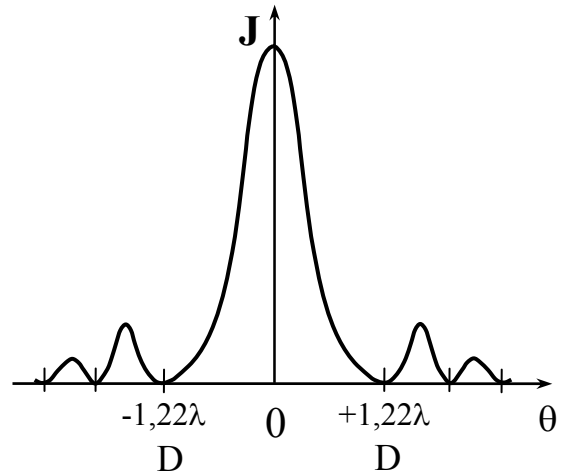


Рис. 7.9

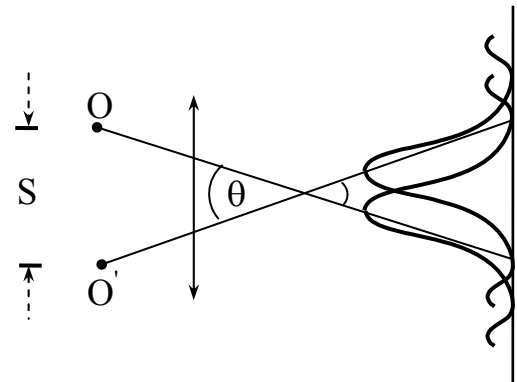


Рис. 7.10

Используя критерий Рэля, можно установить предельное разрешение микроскопа, т.е. истинное расстояние S между двумя точками, которые удастся только-только различить. Объекты обычно находятся вблизи фокальной точки объектива $\theta = S/f$, или $S = f\theta$. Комбинируя это выражение с формулой $\theta = 1,22\lambda/d$, получаем следующее выражение для разрешающей способности микроскопа.

$$S = \frac{1,22\lambda f}{d}.$$

Дифракция ограничивает размеры деталей, которые можно рассмотреть на любом объекте. Фокусное расстояние не может быть меньше радиуса линзы. При $f \approx d/2$ получаем

$$S \approx \frac{\lambda}{2}. \quad (7.20)$$

Таким образом, невозможно разрешить детали объекта, размеры которых меньше длины волны используемого света.

7.5. Электронный микроскоп

В 1923 г. Луи де Бройль высказал гипотезу о том, что поскольку свет в одних случаях выступает как волна, а в других – как частица, то и микрообъекты (электроны) могли бы обладать волновыми свойствами. Длина волны, отвечающая материальной частице, связана с ее импульсом так же, как в случае фотона, т.е. соотношением $p = \frac{h}{\lambda}$.

Это означает, что длина волны λ , отвечающая частице с массой m , которая движется со скоростью v , определяется формулой

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (7.21)$$

Электронам соответствуют волны с длиной порядка 10^{-10} м. Эти волны можно обнаружить экспериментально. Представление об электронах, как носителях волновых свойств, легло в основу разработки электронного микроскопа. В таких микроскопах объективом и окуляром служат маг-

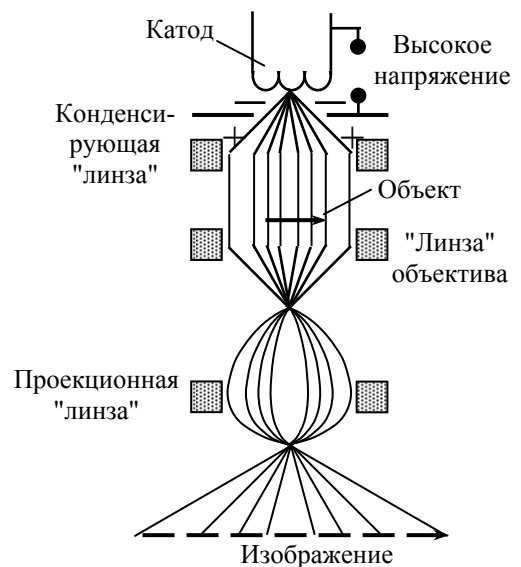


Рис. 7.11

нитные линзы (магнитные поля, создаваемые током в обмотках катушек) (рис. 7.11).

Электронам, ускоренным разностью потенциалов до энергий порядка 10^5 эВ, соответствуют длины волн примерно 0,004 нм. Такой порядок имеет и максимальная разрешающая способность. Однако aberrации магнитных линз ограничивают разрешающую способность электронных микроскопов величинами 0,2-0,5 нм. Такое разрешение в 10^3 раз выше достижимого при помощи оптических микроскопов и соответствует полезному увеличению от $\times 10^4$ до $\times 10^5$.

7.6. Воспроизведение эталона длины методами интерферометрии

Ко времени проведения первой Генеральной конференции по мерам и весам (1889г., введение эталона метра), А. А. Майкельсон и Э. У. Морли указали на то, что с помощью интерферометра (интерферометра Майкельсона, сокращённо ИМ) возможно сопоставление метра с длиной волны светового излучения. Возможно определение того, сколько длин волн света укладывается на 1 м. Схема интерферометра Майкельсона представлена на рисунке 7.12.

В интерферометре Майкельсона пучок света от монохроматического источника Q расщепляется делителем S (полупрозрачное зеркало) на два пучка, один из которых отражается затем от зеркала S_1 , а другой – от зеркала S_2 . Эти два пучка объединяются затем в точке В. В точке В может быть установлен какой-либо регистратор световых волн, например фотодиод, измеряющий интенсивность освещения.

Мнимое изображение от зеркала S_1 на плече зеркала S_2 находится в положении S_1' . В положении В имеет место минимум интерференции, если расстояние $2d$ равно полуцелому числу кратному используемой длины волны света. Путём подсчёта числа минимумов и максимумов при перемещении зеркала S_2 можно производить калибровку микрометрического винта М в длинах волн.

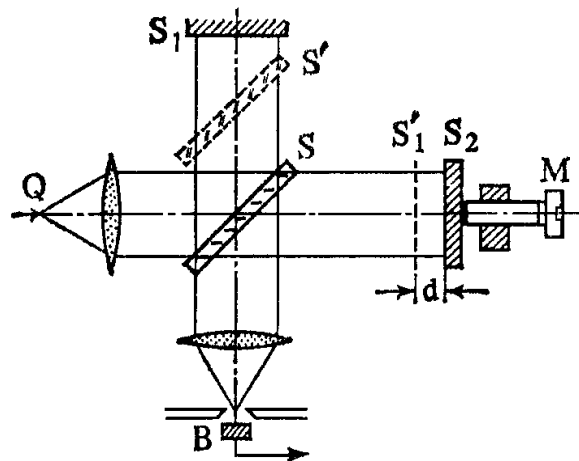


Рис. 7.12

В интерферометре используется более или менее протяжённый источник света Q для того, чтобы в месте наблюдения (в точке B) можно было наблюдать систему интерференционных колец Фраунгофера. В центре колец при изменении d наблюдается возникновение новых колец или исчезновение старых. В современных регистрирующих интерферометрах в B помещается фотодиод, подключенный у счётно-регистрирующему электронному устройству. Регистрируя зависимость интенсивности света в центре системы колец от расстояния d , получают так называемые интерферограммы. Примеры некоторых интерферограмм приведены на рисунке 7.13.

На рисунке 7.13а представлена оптимальная для измерения метра картина, которую можно получить с помощью лазера как источника света. Чтобы получить воспроизводимое начало отсчета, вводится нулевая отметка, которую связывают с

положением $d = 0$. Это осуществляется с помощью интерферограммы белого света, которая изображена на рис. 7.13б. Изменения интенсивности заметны в этом случае лишь в малой окрестности около $d = 0$. Явление интерференции быстро исчезает, что связано с условием возникновения максимумов и минимумов, которые в свою очередь зависят от длины волны излучения. Поэтому середина интерферограммы (рис. 7.13б) определяет точку $d = 0$ конечно. Интерферометр при этом строго юстируется таким образом, чтобы действительно было обеспечено совпадение длин оптических путей до зеркал S_1 и S_2 . Это обеспечивается, например, внесением корректирующей стеклянной пластинки S' точно такой же толщины, что и S , чтобы компенсировать путь, пройденный лучом в стекле к зеркалу S_2 (рис. 7.12). Кроме того, такая компенсирующая пластина должна быть поставлена на пути луча ввиду дисперсии света в стекле, или для компенсации можно было бы ввести просто начальный сдвиг d_0 .

На рисунке 7.13в представлена интерферограмма обычной ртутной лампы. Как видно из интерферограммы (рис. 7.13в), излучение

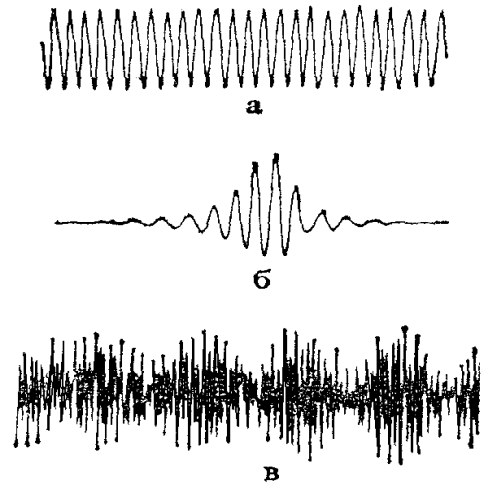


Рис. 7.13

обычной ртутной лампы не пригодно для измерения метра, что связано с присутствием в этом спектре отдельных дискретных длин волн. Для выполнения поставленной задачи необходима достаточная монохроматичность спектра излучения лампы. Монохроматичность спектра определяется так называемой длиной когерентности, т.е. тем расстоянием d , на которое может быть произведён сдвиг без размытия системы интерференционных колец.

Определение числа интерференционных полос (или максимумов интерферограммы) в точности совпадает с процедурой измерения метра в длинах волн. На практике можно воспользоваться несколько видоизменённым способом наблюдения для отыскания определённой картины полос. Пусть, например, найдено положение $d = 0$, после чего одно из зеркал S_1 или S_2 немного наклоняется. В зрительную трубу при этом будут наблюдаться полосы равной ширины, а нулевая линия интерферограммы для белого света видна в поле зрения трубы в сопровождении цветных полос по сторонам, постепенно становящихся всё более размытыми. Когда расстояние до зеркала увеличивается, наблюдается картина бегущих полос (для монохроматического света) в поле зрения зрительной трубы.

В 1892-1893 гг. Майкельсон и Бенуа провели первые опыты с наибольшим расстоянием 20 см, используя красную линию кадмия с $\lambda = 644$ нм ($\lambda = 6440$ Å), обладающую наибольшей длиной когерентности известной тогда. Расчёты показали, что на протяжении 20 см насчитывается около $3 \cdot 10^5$ максимумов или минимумов интерференционной картины. Визуальный подсчет такого числа интерференционных максимумов и минимумов практически невозможен. Так, например, если каждую секунду регистрировать одну полосу, то пришлось бы затратить около 80 часов. Поэтому при измерениях используют метод частичных промеров, который будет рассмотрен позднее.

В 1905-1906 гг. и в 1913 г. Бенуа, Фабри и Перо для прецизионного сравнения масштабов воспользовались интерференционным спектрометром, более простым в обращении по сравнению с интерферометром Майкельсона.

В интерферометре Фабри - Перо (рис. 7.14), который в современной спектроскопии является одним из точных инструментов, также используется параллельный пучок света от протяжённого источника.

В отличие от интерферометра Майкельсона в интерферометре Фабри-Перо происходит многолучевая интерференция. Интерферируют друг с другом лучи 1, 2, 3 и т. д., так что в плоскости изображения В возникает система колец. Разность фаз двух непосредственно следующих друг за другом лучей в проходящем свете равна

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} d \cdot \cos \alpha, \quad (7.22)$$

где α – угол падения света.

При переходе от максимума к минимуму величина δ изменяется на 2π . Отношение d/λ порядка нескольких десятков тысяч. Кроме того, существенным отличием является невозможность установления значения разности хода $d = 0$. Недостатком такого интерферометра является то, что он пригоден лишь для сравнения малых расстояний. При больших расстояниях (достигающих 1 м) вначале ставят меньшие «эталон», длиной около 20 см, а затем шаг за шагом (по 20 см) продвигаются дальше.

На рисунке 7.15 представлена схема установки Вьяселе, с помощью которой измеряются и более длинные отрезки. Если отрезок АВ равен 1 м, то сначала проверяют, что и ВС = 1 м, так что сумма даёт 2 м, и аналогично действуют дальше. Установка Вьяселе позволяет производить измерение длин до 100 м.

Представляют оп-ределенный интерес методы измерения длин путем комбинирования интерферометров Майкельсона и Фабри-Перо.

В 1913 г. Бенуа, Фабри и Перо использовали установку с двумя интерферометрами. Такая интерференционная система, допускала достаточно точную юстировку расстояния.

7.6.1. Двойной интерферометр Фабри-Перо

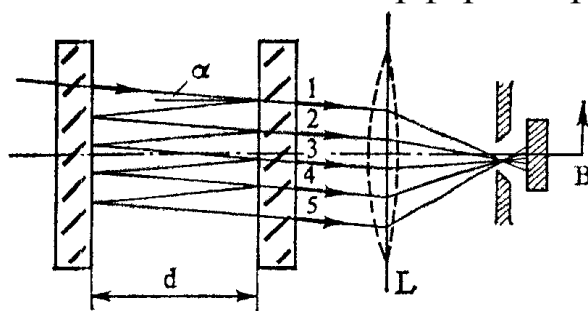


Рис. 7.14

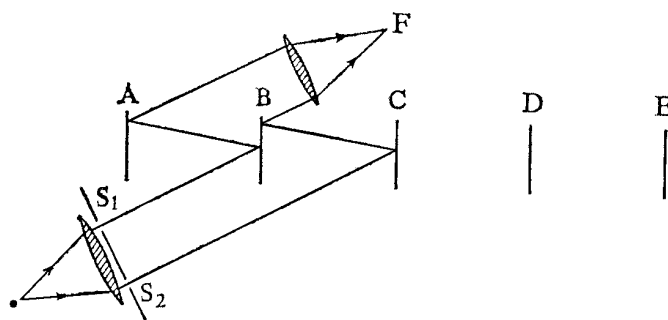


Рис. 7.15

Двойной интерферометр Фабри-Перо представляет собой установку, состоящую из двух интерферометров Фабри-Перо. Установка соответствует комбинации интерферометров Майкельсона и Фабри-Перо. Физический принцип, положенный в её основу, состоит в различии разрешающей способности и области дисперсии.

В этом случае разность фаз между двумя лучами

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} d \cdot \cos \alpha = 4\pi \frac{d}{\lambda} \cdot \cos \alpha. \quad (7.23)$$

Разрешающая способность определяется как минимальное различие длин волн $\Delta\lambda$, при котором ещё можно зарегистрировать интерференционную картину при данной длине волны λ

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{4\pi\sqrt{R}}{1-R} \frac{d}{\lambda}, \quad (7.24)$$

где R – коэффициент отражения.

Отражение лучей достигается с помощью отражающего слоя, нанесённого методом осаждения из паров на стеклянную пластинку интерферометра. Коэффициент отражения такого слоя стремится к 1.

Величина области дисперсии определяется условием, при котором порядок линии интерференции $N = 2d/\lambda$ (при длине волны λ) и порядок $N+1$ (при длине волны $\lambda - \delta\lambda$) перекрываются. В этом случае

$$2\pi \frac{2d}{\lambda - \delta\lambda} = 2\pi \frac{2d}{\lambda} + 2\pi, \quad (7.25)$$

а

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{2d} \lambda. \quad (7.26)$$

Из выражений (7.25, 7.26) для разрешающей способности имеем

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{2d} \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}}. \quad (7.27)$$

Из соотношения (7.27) видно, что при увеличении коэффициента отражения увеличивается разрешающая способность и линии становятся более узкими. Бенуа, Фабри и Перо расположили один за другим два интерферометра Фабри-Перо с довольно точно выдержанными значениями $d_1 = 6,25$ см и $d_2 = 12,5$ см.

Дистанция 6,25 см была подобрана в соответствии с длиной волны 643,8 нм излучения кадмия. Точное соответствие дистанции может быть обеспечено изменением величины d_1 .

При подключении второго интерферометра область дисперсии, определяется через d_1 , а разрешающая способность теперь определяется величиной d_2 , т.е. увеличивается вдвое. Таким образом, второй интерферометр приводит к уменьшению области дисперсии в два раза. Однако ожидаемая при этом линия подавляется первым интерферометром. Это подавление не является полным. Изменяя d_2 , можно добиться такого состояния, при котором подавленная линия попала точно в центр области дисперсии первого интерферометра, при этом будет выполняться равенство $d_2 = 2d_1$. Эта процедура может быть продолжена, в результате получится эталон для дистанции 25 см и, наконец, для дистанции 50 см. Система из двух интерферометров может содержать третий 25-сантиметровый интерферометр и т. д.

С 1892 по 1940 г. таким способом были проведены девять измерений красной линии кадмия и установлено, что на 1 м укладывается точно 1553164,13 её длины. Следовательно, длина волны красной линии кадмия равна $\lambda_{Cd} = (643,84696 \pm 0,0001)$ нм (в воздухе при температуре 15°C, давлении $\sim 10^5$ Па при 0,03%-ном объёмном содержании CO_2).

Основанием для выбора данной линии спектра является термы атома кадмия (рис. 7.16). На рисунке длины волн даны в нанометрах. Переход, отмеченный величиной 644 нм, был принят в 1927 г. в качестве эталонного.

Схема термов это схема энергетических уровней. Чем выше горизонтальный штрих, тем больше энергия соответствующего состояния атома. При переходе атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, разность энергий излучается атомом в виде кванта света с энергией $\Delta E = h\nu$. Термы обозначаются с помощью символов (сгруппированных соответствующим образом). Сгруппированные символы указывают величину момента импульса.

Орбитальный момент импульса всех электронов обозначается большими буквами S, P, D, F, Такое обозначение соответствует значениям квантового числа момента импульса равным 0, 1, 2, 3, Правый нижний индекс даёт квантовое число полного момента J, а левый верхний характеризует мультиплетность (кратность) термов, равную $2S+1$, где S значение полного спина (0 или 1).

Недостатком такого определения эталона длины является зависимость результата от конкретных условий окружающей среды.

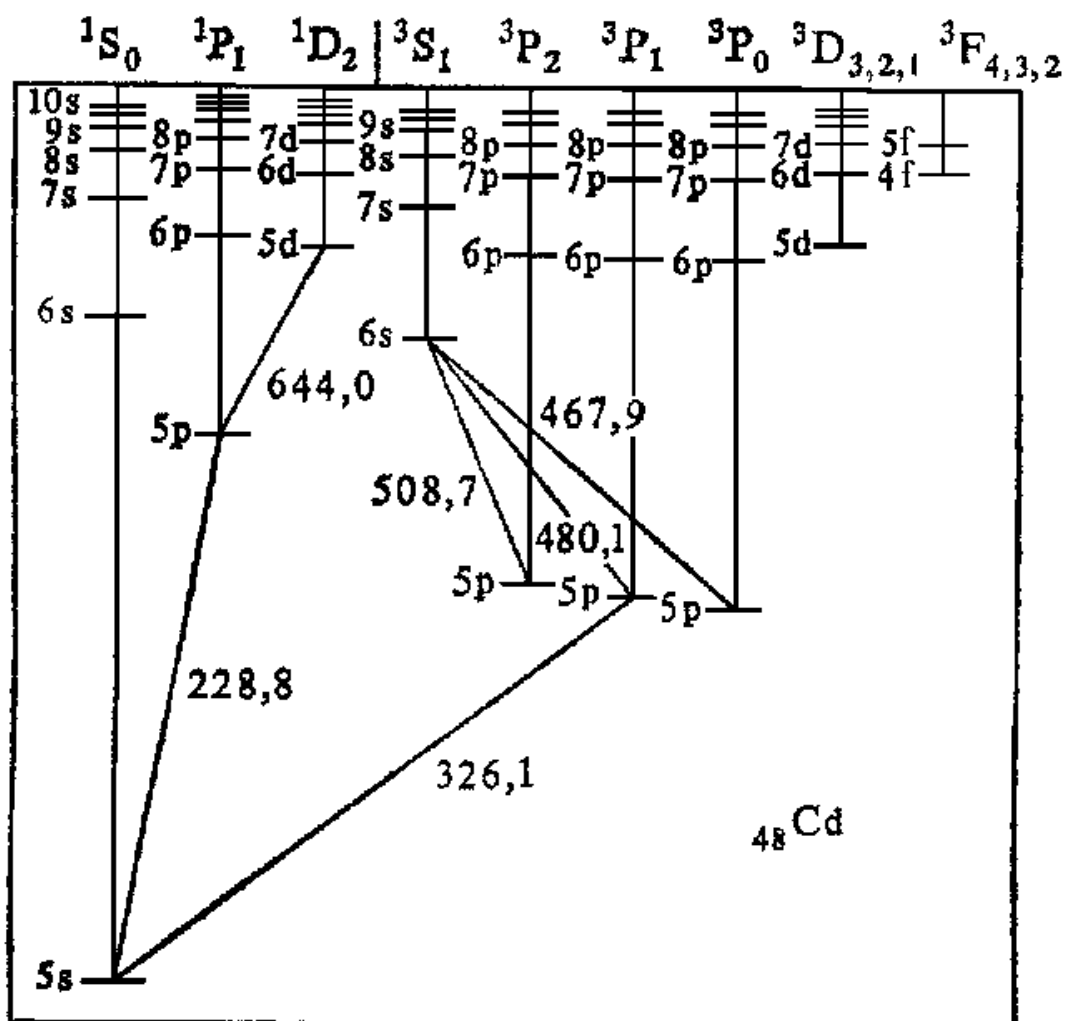


Рис. 7.16

В 1927 г. значение эталона длины, определяемого данным методом, было допущено в качестве стандарта наряду с эталоном длины «архивным метром».

7.6.2. Стандартная криптоновая лампа

Поиски подходящих источников света для оптических методов определения линейных и угловых размеров привели к обнаружению оранжевого излучения атомов $^{86}_{36}\text{Kr}$. Длина волны излучения криптона $\lambda_{\text{Kr}} = 6,05780211 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 605,780211 \text{ нм}$. В природе криптон представлен изотопами с массовыми числами 78 (0,35%), 80 (2,27%), 82 (11,55%), 84 (56,90%) и 86 (17,37%).

В оптических средствах измерения используется газообразный криптон, содержащий как минимум 90% ^{86}Kr (в разделительной трубке он поддается обогащению до 99,6%). Спин такого дважды

чётного ядра (чётный заряд $Z = 36$ и чётное число нейтронов $N = 50$) равен нулю. Такому состоянию этого атома соответствует отсутствие сверхтонкой структуры.

На рисунке 7.17 приведена схема криптоновой лампы с изотопом ^{86}Kr в криостате, разработанной Энгельгардом. На рисунке: 1 – корпус; 2, 3 – окна; 4 – отвод к насосу; 5 – крышка; 6 – отверстие для заливки; 7 – ртутный манометр; 8 – размешиватель; 9, 10 – кольцевые уплотнители; 11 – криптоновая лампа с нагреваемым катодом; 12, 13 – термоэлементы; 14 – горячий катод.

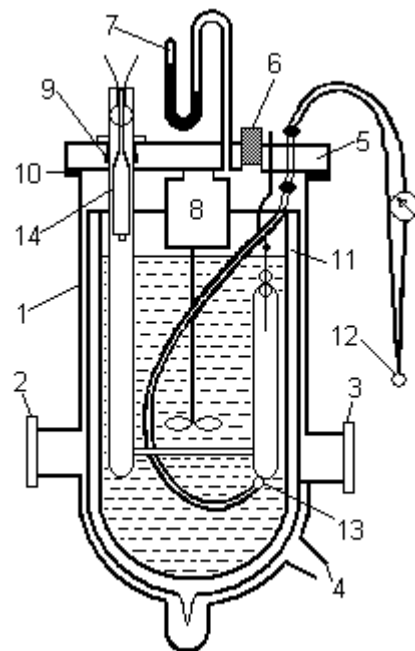


Рис. 7.17

Лампа полностью погружена в жидкую углекислоту, которая путём снижения давления доведена до температуры тройной точки (63 К). Разряд осуществляется в капилляре, и излучение наблюдается вдоль него. При низкой температуре криптон находится в твёрдом состоянии, давление газа составляет всего 4 Па, поэтому уширение, обусловленное эффектом Доплера и соударениями, весьма незначительно. В таких условиях длина когерентности достигает 0,8 м, что позволяет измерять масштабы длиной 1 м.

С учетом длины волны излучения криптона было установлено определение эталона один метр:

"Один метр равен 1650763,7300 длин волн в вакууме для излучения, соответствующего переходу между уровнями $5d_5 \rightarrow 2p_{10}$ атомов ^{86}Kr (термы по Пашену).

7.7. Применение лазерного излучения как стандарта длины волны

Чтобы получить источник света, существенно лучший, чем криптоновая лампа, необходимо добиться достаточной стабильности частоты излучения.

Такая стабилизация достигается, если есть возможность производить сравнение интерференционной линии данного излучения с другой очень узкой линией излучения.

Создание лазеров открыло возможности для достижения достаточной стабильности частоты излучения и реализации стандартов длины. При этом обеспечиваются такие преимущества, как:

1. Длина когерентности для излучения лазера намного больше ($\approx 10^4$ м), чем для света криптоновой (^{86}Kr) лампы ($\approx 0,8$ м). Поэтому становятся возможными промеры длины объектов, превышающих 1 м.

2. Большая интенсивность лазера как источника света делает возможным фотоэлектрический подсчёт интерференционных полос. Однако для того, чтобы лазер мог быть использован в качестве стандарта длины волны, необходимо предварительно добиться высокой стабильности длины волны его излучения ($\Delta\lambda \approx 10^{-10} \lambda$).

Для обеспечения стабилизации лазерного излучения удобны молекулярные линии поглощения. Линии неона с длиной волны 632,8 нм достаточно точно соответствует, например, линия поглощения молекулы J_2 . Метод такой очень тонкой стабилизации можно понять, исходя из следующих представлений.

Пусть на первом этапе имеется лазерное излучение, принадлежащее одной моде, лежащей где-то внутри доплеровского распределения неона в лампе. Путём настройки лазера, состоящей в правильной установке длины резонатора, можно установить резонансную частоту в центре доплеровского распределения. Затем в этом положении достигают насыщения излучения, называемого лэмбовским провалом. Второй этап состоит в том, что между газоразрядной трубкой лазера и зеркальными отражателями резонатора располагают газопоглотительный элемент, заполненный парами йода. Поглощение «приходящей» волны выравнивает числа заполнения двух уровней (основного и возбуждённого состояний молекулы), вследствие чего «уходящая» волна оказывается уже не ослабленной, а, в результате создания индуцированного излучения, весьма интенсивной (происходит испускание линии молекулой J_2).

В излучении лазера присутствует, таким образом, широкий фон с лэмбовским провалом, а на нём предельно узкая линия молекулы J_2 , извлечённая из спектра с помощью комбинации вспомогательных электронных средств.

Используя колебания максимальной интенсивности этой линии, вновь так подгоняют (с помощью пьезоэлектрических элементов)

длину резонатора, чтобы была достигнута наибольшая интенсивность. С помощью такого стабилизированного лазерного источника излучения К. Э. Джиллилэнд, Г. Д. Кук, К. Д. Миленц и Р. Б. Стивенс сконструировали интерферометр, с помощью которого получена узкая линия излучения, позволяющая учитывать даже влияние изотопов. В этом случае, например, для гелий-неонового лазера ($^3\text{He} - ^{22}\text{Ne}$) при стабилизации с помощью паров молекул $^{129}\text{J}_2$ получены следующие результаты при $\lambda_{\text{вак}} = 632,990076 \text{ нм}$

$$\Delta\lambda = \pm 2 \cdot 10^{-9} \lambda_{\text{вак}}, \quad (7.28)$$

где $\Delta\lambda$ – стандартное отклонение от среднего значения.

Такая «ширина погрешности» приводит к разбросу частоты $\Delta\nu = 1 \text{ МГц}$, что существенно меньше, чем известные до этого разбросы частот.

Следует отметить, что в другом случае стабилизированного лазерного излучения уже измерен разброс частот всего в 150 кГц , а сама линия могла быть воспроизведена с точностью до 1 кГц . Поэтому можно предположить, что в будущем стандарты длины волны будут основываться на стабилизированных лазерах, если только развитие техники не пойдёт по иному направлению. Следует лишь заметить, что в методе стабилизированного лазера в качестве стандарта выбирается, линия излучения молекулы, а гелий-неоновый лазер обеспечивает только большую интенсивность излучения.

В настоящее время, в основном, применяются гелий-неоновые лазеры. Такие лазеры способны излучать три длины волн: $632,8 \text{ нм}$ ($3s_2 \rightarrow 2p_4$, красная линия в видимой части спектра), 1153 нм ($2s_2 \rightarrow 2p_4$) и 3390 нм ($3s_2 \rightarrow 3p_4$). Обозначение термов здесь соответствует их обозначению, предложенному Пашеном: $3s_2$ обозначает $5s$ -электрон, $2p_4 - 3p$ -электрон, добавленный к оболочке Ne^+ .

Схема термов гелий-неонового лазера приведена на рис. 7.18. Красной линии, которая рассматривается в данном случае, соответствует длина волны в вакууме $\lambda = 632,9914 \text{ нм}$. В лазерной технике расчёты проводятся на языке, как длины волны, так и частоты, поскольку там применяются экспериментальные методы техники сверх высокой частоты (СВЧ). Поэтому при рассмотрении данного вопроса наряду с длиной волны возможно использование также частоты излучения.

На рисунке 7.18 изображены три перехода для атомов гелий-

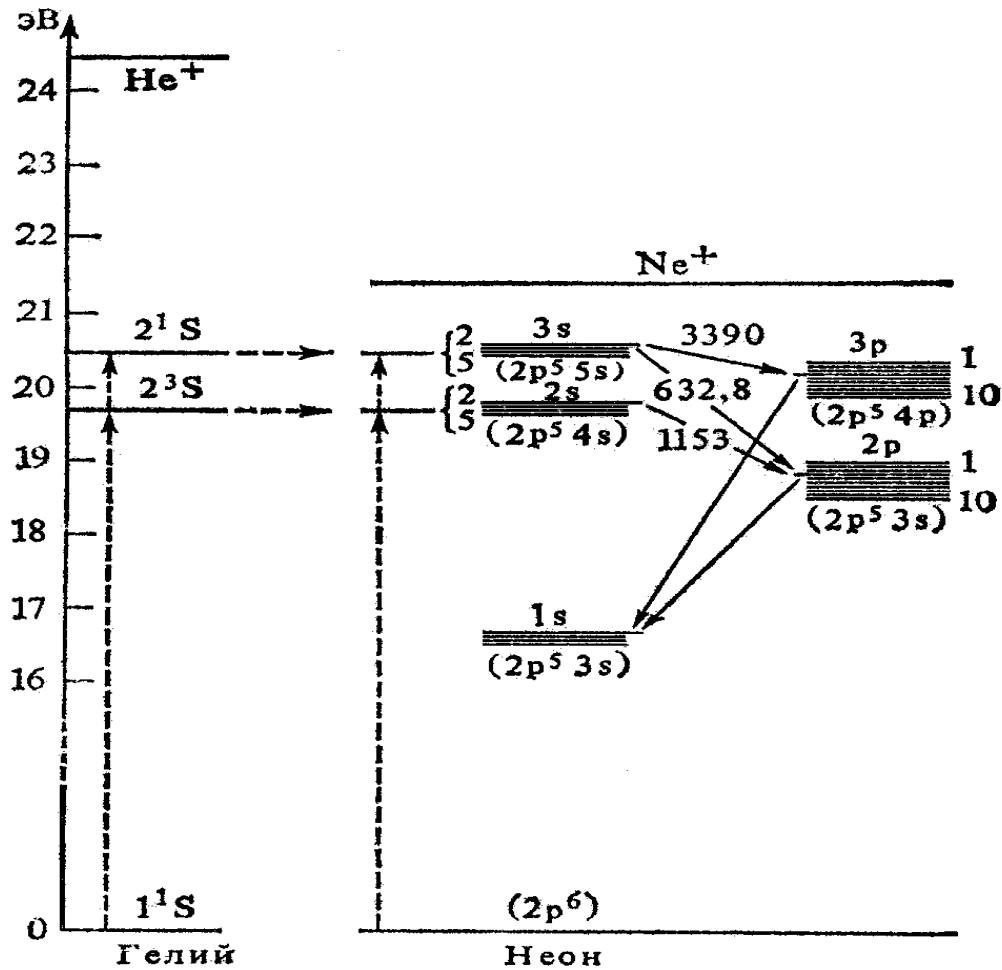


Рис. 7.18

неонового лазера. Длины волн даны в нанометрах. По оси ординат отложена энергия возбуждения в эВ. Частота излучения лазера для красной линии неона равна $\nu \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ Гц} = 500 \text{ ТГц}$ ($\nu = c/\lambda$).

Собственная частота колебаний определяется резонатором со встроенной газоразрядной трубкой и определяется соотношением

$$\nu_n = n \frac{c}{2L}, \quad (7.29)$$

где c – скорость света;

L – длина резонатора.

Используя выражение (7.29) для собственной частоты колебаний при $L = 1 \text{ м}$ и $n = 1$ получаем

$$\nu_n = n \frac{c}{2L} = 150 \text{ МГц}.$$

Чтобы получить $\nu_n \approx 500$ ТГц, нужно взять $n = 3,33 \cdot 10^6$.

Таким образом, порядок так называемой моды колебаний может достигать больших значений.

Надо отметить, что частота резонатора никогда в точности не совпадает с частотой перехода для атомов Ne. Хотя совпадение и не обязательно, так как испускаемое излучение находится в интенсивном взаимодействии с газом лазера, для которого имеет место значительное доплеровское уширение линии.

Например, величина доплеровского уширения для $\Delta(1/\lambda) = 5 \text{ м}^{-1}$
 $\Delta\nu = c \cdot \Delta(1/\lambda) = 1500 \text{ МГц}$.

Следовательно, доплеровское уширение в газе велико по сравнению с разностями частот собственных колебаний резонатора. Поэтому лазер может излучать целый ряд мод в рамках доплеровской ширины линии. Частоты излучаемых лазером волн намного уже, чем доплеровская ширина.

Частоты резонатора обратно пропорциональны L , и любое изменение L приводит к сдвигу частоты колебаний, при этом

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta L}{L}. \quad (7.30)$$

Температурное изменение длины резонатора L также может вызывать изменение частоты резонатора. Например, для резонатора с длиной $L = 1 \text{ м}$, изменение температуры на $0,1 \text{ К}$, приводит к изменению его длины на $\Delta L = 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ ($= 50 \text{ нм}$), а резонансной частоты на $|\Delta\nu| = 25 \text{ МГц}$. Такое изменение частоты для лазера обычно.

7.8. Зависимость измерений линейных размеров от "выбора" системы отсчета

Рассмотрим две инерциальные системы K и K' . В систему K' поместим стержень в направлении скорости ее движения. В системе K' стержень покоится и его длина равна l (рис. 7.19).

Свет от источника на левом конце стержня отражается от зеркала на правом конце и возвращается в приемник на левом конце. Тогда длина стержня выражается

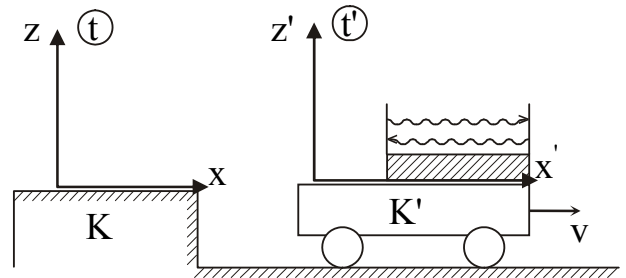


Рис. 7.19

$$l = \frac{c\Delta t'}{2}. \quad (7.31)$$

С точки зрения наблюдателя в системе К свет распространяется в течении времени Δt_1 до правого конца и за время Δt_2 возвращается к приемнику. Таким образом

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2. \quad (7.32)$$

Это время по часам наблюдателя К на первом этапе свет догоняет уходящий правый конец. На втором этапе он движется навстречу левому концу (рис. 7.20)

В этом случае расстояние, пройденное светом в соответствующих направлениях, определяется соотношениями

$$c \cdot \Delta t_1 = l' + v \cdot \Delta t_1$$

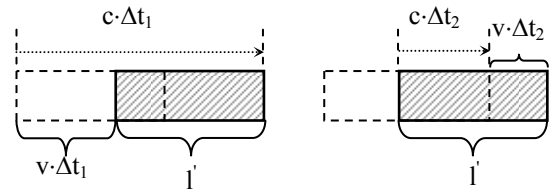


Рис. 7.20

$$(7.33)$$

и

$$c \cdot \Delta t_2 = l' + v \cdot \Delta t_2, \quad (7.34)$$

где l' – длина стержня относительно системы К.

Из равенств (7.33, 7.34) величина Δt

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{2l'}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \quad (7.35)$$

откуда

$$l' = \frac{c \cdot \Delta t}{2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (7.36)$$

С учетом того, что $\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ имеем

$$l' = \frac{c \cdot \Delta t}{2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \Rightarrow l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (7.37)$$

Из выражения (7.37) видно, что длина стержня (размеры тел) в направлении движения сокращаются.

Если размер покоящегося тела в некотором направлении равен l , то при движении тела в этом направлении со скоростью v он уменьшается до величины $l' < l$.

7.9. Перспективы развития

В 1972 г. в США были опубликованы работы, в которых сообщалось о непосредственных измерениях оптических частот и их применении к реализации стандарта времени. Согласно измерениям Бэя с сотрудниками частота линии 632,8 нм гелий-неонового лазера, стабилизированного по лэмбовскому провалу, равна $\nu = 73612166 \pm 29$ МГц.

При измерениях, проводившихся Ивенсоном с сотрудниками, использовалась линия 3,39 мкм в инфракрасном диапазоне, стабилизированная линией молекулы CH_4 , и её частота была непосредственно определена как $\nu = 8376181,627$ МГц ± 50 кГц. Относительные погрешности составили $6 \cdot 10^{-8}$ и $6,25 \cdot 10^{-10}$. Эти частоты были, таким образом, измерены в оптическом диапазоне с очень большой степенью точности, что представляет собой заметный успех в развитии техники измерений.

Используя в качестве стандарта длины волн излучения криптоновой лампы, удалось рассчитать скорость распространения света в вакууме как произведение длины волны на частоту излучения. Оказалось, что скорость света в вакууме $c = 299791,4562 \pm 0,0011$ км/с. Лучшее из известных прежде значений равнялось $c = 299791,50 \pm 0,1$ км/с.

Анализ погрешностей при этом показал, что главный их источник это невозможность улучшения реализации линии криптона. Поэтому было предложено вообще отказаться от стандарта длины и определить вместо этого скорость света как мировую постоянную ($c = 299792,458$ км/с). Зная скорость распространения света, измерив с достаточной степенью точности частоту излучения, можно определить линейные размеры.

ЛЕКЦИЯ № 8. ИЗМЕРЕНИЕ МАССЫ

В России вплоть до XII века при различных торговых сделках товары часто оплачивались кусками серебра определенного веса, которые являлись и денежной единицей и мерой веса. В Англии аналогичной монетной единицей служила мера – фунт стерлингов. В древней Руси эти куски серебра называли гривнами. Чтобы их легче было разделить на части, на них делали зарубки. Отломанные и рубленные части гривен дали название рублям.

Основными единицами веса в Древней Руси были гривна, со-

стоящая из 96 золотников и ансырь – русский фунт в 128 золотников. Использовались и другие единицы веса: безмен, равный 2,5 фунта, а также кентарь, равный 100 фунтам.

К концу XVI века в России установилась общая для страны система весовых единиц. Основой этой системы был фунт = 409,5 грамма. Вся система имела следующий вид: 1 ласт = 72 пудам; 1 берковец = 10 пудам; 1 кентарь = 2,5 пудам; 1 пуд = 16 безменам = 40 фунтам; 1 фунт = 96 золотникам = 24 почкам. Однако в отдельных частях страны все еще были в ходу и местные единицы, а меры одного и того же названия были неодинаковыми. Для того чтобы покончить с неупорядоченностью и разнобразием весовых единиц, русское правительство в 1736 г. создало комиссию о мерах и весах. Этой комиссией был изготовлен образец фунта, который в дальнейшем стал основой русской системы веса и получил название «бронзового золоченого фунта 1747 г.».

В 1835 г. русское правительство издало указ «О системе российских мер и весов», в котором объем российского фунта воды при 13,33° Реомюра в безвоздушном пространстве равен 25,019 английским кубическим дюймам.

В 1893 г. Главная палата мер и весов под руководством Д.И. Менделеева изготовила новый прототип фунта из сплава, содержащего 90% платины и 10% иридия. После этого в положении о мерах и весах 1899 г. был узаконен новый прототип фунта и его отношение к килограмму

«1 фунт (русский) = 0,40951241 кг».

Было изготовлено несколько копий фунта. Один из них был узаконен как Государственный эталон и передан на хранение в Главную Палату мер и весов.

При создании метрической системы мер не было четкого разграничения понятий массы и веса. За единицу массы вначале приняли грамм, равный массе дистиллированной воды, содержащейся в кубе с ребром, равным 1/100 метра, при температуре таяния льда. Впоследствии за единицу массы взяли массу одного кубического дециметра воды при +4°С. При этой температуре вода обладает наибольшей плотностью.

Во Франции образец единицы измерения массы килограмм – в виде цилиндра, высота которого равна диаметру, был изготовлен из

платины в 1799 г. Он был передан на хранение в государственный архив Франции и с тех пор носят название «архивного килограмма». С 10 декабря 1799 г. специальным законом был признан окончательным прототипом килограмма.

В настоящее время единица массы метрической системы мер по точности (погрешность сличения с прототипами килограмма не превышает $2 \cdot 10^{-9}$) удовлетворяет запросам науки и техники.

К недостаткам международного прототипа килограмма относятся следующие: он подвержен разрушению; он не воспроизводим; он подвержен механическому износу.

8.1. Вес и масса тел

В древние времена существовало понятие «вес», а понятия «масса» не существовало. Вес тела считался неизменным. Только в середине XVIII века было установлено, что вес тела (сила тяжести) является переменной величиной.

В 1672 г. Жан Рише во время экспедиции проводил ряд работ в Кайяне и Южной Америке. Он обнаружил, что привезенные им из Парижа маятниковые часы идут неверно и ему пришлось укоротить маятник на несколько миллиметров. Вернувшись в Париж, он обнаружил, что эти же часы спешат. Это связано с тем, что период колебаний маятника прямо пропорционален корню квадратному из его длины и обратно пропорционален корню квадратному из ускорения свободного падения в месте наблюдения. Таким образом, Рише пришел к выводу, что сила тяжести зависит от широты местности в разных точках земной поверхности.

Рассмотрим тело на поверхности Земли в северном полушарии (рис. 8.1). Вместе с Землей оно движется с угловой скоростью ω по окружности радиусом r . Известно, что в неинерциальных системах отсчета на тела действуют силы инерции. В данном случае на тело, совершающее вращательное движение действует центробежная сила инерции

$$F_{цб} = -m\omega^2 r. \quad (8.1)$$

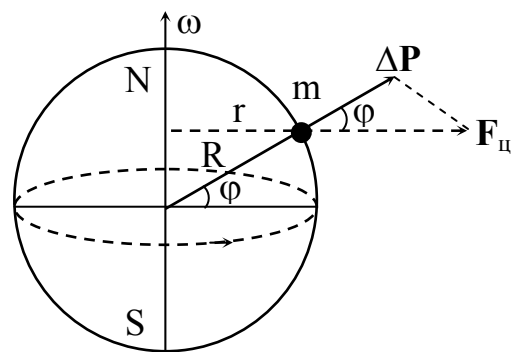


Рис. 8.1

Эта сила уменьшает вес тела. Так как

$$r = R \cdot \cos \varphi. \quad (8.2)$$

где φ - географическая широта пункта нахождения тела.

Составляющая центробежной силы инерции вдоль радиуса определяется выражением

$$\Delta P = F_{цб} \cdot \cos \varphi = m\omega^2 R \cdot \cos^2 \varphi. \quad (8.3)$$

Формула (8.3) определяет величину, на которую уменьшается вес тела на данной широте φ .

Уменьшение веса ΔP наибольшее на экваторе ($\varphi = 0$) и обращается в нуль на полюсах.

Относительное уменьшение веса составляет

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\omega^2 R \cdot \cos^2 \varphi}{g}. \quad (8.4)$$

Подставляя $\omega = 2\pi/(24 \cdot 60 \cdot 60)$, $R = 6,37 \cdot 10^6$ м, $\varphi = 0$, $g = 9,81$ м/с², находим, что на экваторе относительное уменьшение веса равно 0,003. На других широтах оно еще меньше и для большинства практических задач эффект является пренебрежимо малым.

На спутнике, вращающемся около Земли со значительно большей угловой скоростью, центробежная сила инерции полностью уравнивает вес тел – тела становятся невесомыми. Действительно, спутник должен двигаться с первой космической скоростью. При этом

$$F_{ц} = F_g, \quad (8.5)$$

где $F_{ц} = \frac{mv_{1k}^2}{R}$ - центробежная сила инерции;

$F_g = \gamma \frac{mM}{R^2}$ - сила тяготения.

Таким образом

$$\frac{mv_{1k}^2}{R} = \gamma \frac{mM}{R^2}. \quad (8.6)$$

Подставив в формулу (8.6) выражение для первой космической скорости $v_{1k} = \omega_{1k} \cdot R$, будем иметь

$$F_{ц} = m\omega^2 R = \gamma \frac{mM}{R^2}. \quad (8.7)$$

Следовательно, возникающая центробежная сила инерции

уравновешивает силу тяготения.

В научном отношении значение зависимости веса от широты местности имеет большое значение и оказывает влияние на выбор основной единицы веса.

Впервые понятие массы было дано Ньютоном. Он же установил различие между весом тел и их массой. Ньютон дал следующее определение массе: «Количество материи есть ее мера, возникающая совместно из ее плотности и объема». К этому определению Ньютон дает следующие пояснения: «Это же количество я обычно подразумеваю в дальнейшем под названием тело или масса».

Из законов механики и тяготения, разработанных самим же Ньютоном, следует, что имеется два различных определения массы тел. В законах Ньютона масса выступает как мера инертных и гравитационных свойств.

Для измерения массы взвешиванием используют закон тяготения - притяжение тел к Земле, т.е. измеряют массу как меру гравитационного взаимодействия между телами. Поэтому измерять массу можно двумя методами, используя законы инерции и гравитационного взаимодействия. При измерении массы, с использованием закона инерции результаты оказываются менее точными. Однако, оба метода дают одинаковое значение массы. Еще Ньютон, Бессель и Этвеш опытным путем установили, что одинаковые (по инертности) массы притягиваются к Земле с одинаковой силой (в одинаковых условиях).

Например, при свободном падении тел в поле тяжести Земли, движение тела подчиняется второму закону Ньютона

$$|\vec{F}| = m_i a, \quad (8.8)$$

где F – сила тяжести;

m_i – инертная масса тела.

В этом случае силу тяжести можно представить в виде

$$|\vec{F}| = m_g g, \quad (8.9)$$

где m_g – гравитационная масса для того же тела.

На основании второго закона Ньютона имеем

$$m_i a = m_g g, \quad (8.10)$$

откуда следует

$$a = \frac{m_g}{m_i} g \text{ или } g = \frac{m_i}{m_g} a. \quad (8.11)$$

С учетом того, что все тела в поле тяжести падают с одинаковым ускорением $a = g$ (установлено Галилеем), имеем

$$\frac{m_g}{m_i} = 1. \quad (8.12)$$

Из выражения (8.12) видно, что инертная и гравитационная массы равны.

Опыты Галилея имели малую точность. Значительно большей точности достигли Ньютон, а затем Бессель в опытах с колебаниями маятника. Так как период малых колебаний определяется в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (8.13)$$

При неравенстве инертной и гравитационной масс в формуле (8.13) следует заменить величину g на ускорение a . Тогда формула для периода колебаний математического маятника принимает вид

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \frac{m_i}{m_g}}. \quad (8.14)$$

В опытах Ньютона и Бесселя было установлено, что в случае инертных одинаковых массах маятников, независимо от материала, из которого они изготовлены, период колебаний одинаков. Относительная точность этого равенства составляет $1/60000$.

Позднее в опытах Этвеша было установлено равенство инертной и гравитационной масс с относительной точностью $5 \cdot 10^{-9}$. В опытах Этвеша учитывалось, что вес тела складывается из двух различных сил: силы гравитационного притяжения к Земле (m_g) и центробежной силы инерции (m_i). Если бы эти массы не были строго пропорциональными друг другу, то направление отвеса зависело бы от материала тела. При этом изменение направления отвеса составляет $\sim 1,5 \cdot 10^{-6}$ дуговой секунды. Такая точность достигается с помощью крутильных весов и гравитационного вариометра.

8.2. Системы измерения массы

Приборы для измерения массы называют весами. Классификация весов приведена в табл. 8.1.

Механические рычажные весы

Таблица 8.1

	Коромысловые равновесные	Гирные	Коромысловые с передвижными ги- рями	Квадратные	Весовые дозаторы
Параметр					
Пределы измерений, кг	$10^{-6} - 10^3$	$10^{-6} - 10^3$	$10^{-4} - 10^6$	$10^{-3} - 10^4$	$10 - 10^3$
Погрешность измерения	± 0.1	± 0.1	± 0.5	± 0.5	± 0.5

Работа механических весов основана на принципе сравнения масс при помощи рычагов, пружин, поршней и чашек весов.

Механические рычажные весы работают на принципе сравнения масс, и их показания не зависят от значения широты места их нахождения (местного ускорения свободного падения). Сравнение измеряемой массы с эталонной производится при помощи рычажной системы (рис. 8.2) и чашек весов.

Условие равновесия для любого рычажного преобразователя имеет вид

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0, \quad (8.15)$$

где \vec{M}_i – момент силы \vec{F}_i ;

$i=1,2,\dots,n$.

Для простого неравноплечного рычага условие равновесия имеет вид

$$F_A l_A \cdot \sin(\gamma - \alpha) - F_H h \cdot \sin(\beta + \alpha) = F_L l_L \cdot \sin(\lambda + \alpha), \quad (8.16)$$

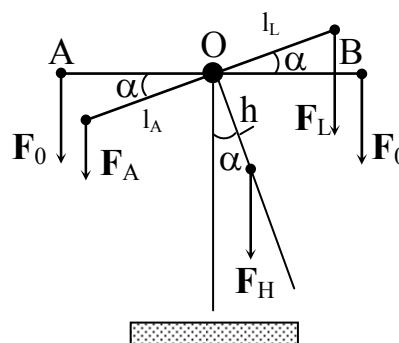


Рис. 8.2

где F_A – уравнивающая сила тяжести гирь;

F_H – собственная сила тяжести рычага;

F_L – сила тяжести нагрузки;

h – расстояние центра тяжести от оси вращения;

l_A – длина плеча рычага со стороны гирь;

l_L – длина плеча рычага со стороны нагрузки;

α – угол отклонения;

β, γ, λ – углы приложения сил в нулевом положении.

Заменив силы F_A, F_H, F_L соответствующими выражениями второго закона Ньютона получим выражение для вычисления взвешиваемой массы

$$m_L = \frac{m_A l_A \cdot \sin(\gamma - \alpha) - m_H h \cdot \sin(\beta + \alpha)}{l_L \cdot \sin(\lambda - \alpha)}. \quad (8.17)$$

Из уравнения (8.17) следует, что для уравнивания массы m_L необходимо изменить одну из величин в правой части этого уравнения.

По этому признаку рычажные весы подразделяются на следующие типы:

а) с переменной уравнивающей массой m_A (рычаг со шкалой и гирями; рычаг с накладными гирями);

б) с переменной длиной рычага l_H (рычаг с передвижными гирями; рычаг с роликовыми грузом);

в) с переменным углом отклонения α (квадрант, противовес).

Собственная масса m_H рычага и расстояние h от центра тяжести D до оси вращения C принимаются неизменными. В практических случаях длина l_L рычага с грузом должна быть постоянной, иначе чашка с грузом должна перемещаться вдоль своего плеча.

Принцип действия радиоизотопного преобразователя массы основан на измерении интенсивности радиоактивного излучения, прошедшего через слой взвешиваемой массы вещества. Интенсивность излучения, воспринимаемого детектором зависит от толщины слоя, через который проходит излучение. Если измеряемая масса отсутствует в зоне излучения ($d = 0$), то воспринимаемая интенсивность равна первоначальной

$$J_1 = J_0. \quad (8.18)$$

После введения массы m_L воспринимаемая интенсивность равна

$$J_2 = J_0 \cdot e^{-\mu \rho d}, \quad (8.19)$$

где μ - массовый коэффициент поглощения излучения;

d – толщина слоя (масса, деленная на площадь);

ρ - плотность вещества.

Разность интенсивностей, получаемая из уравнений (8.18, 8.19), определяется выражением

$$\Delta J = J_2 - J_1 = J_0 (e^{-\mu \rho d} - 1). \quad (8.20)$$

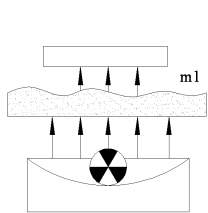
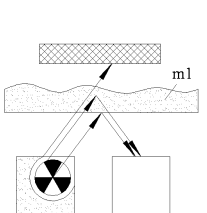
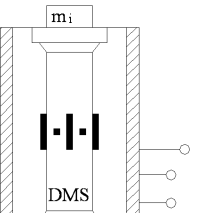
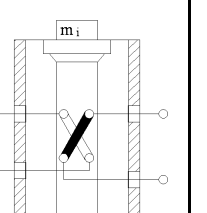
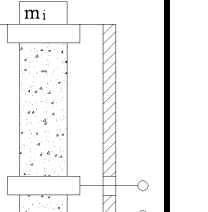
Относительное изменение интенсивности

$$\frac{\Delta J}{J_0} = (e^{-\mu \rho d} - 1). \quad (8.21)$$

К радиоизотопным приборам измерения массы относятся абсорбционные преобразователи и преобразователи рассеянного излучения (табл. 8.2).

Радиоизотопные и электромеханические весы

Таблица 8.2

Параметр	Абсорбционные	Рассеянного излучения	С тензорезисторными преобразователями	С индуктивными преобразователями	С пьезоэлектрическими преобразователями
					
Предел измерений, не более	10^2 кг/м^2	10^2 кг/м^2	10^6 кг	10^8 кг	10^4 кг
Погрешность измерения, %	± 0.1	± 0.1	$\pm(0.1+1.0)$	$\pm(0.5+1.0)$	± 1.0

У преобразователя абсорбционного типа интенсивность вос-

принимаемого излучения уменьшается с увеличением толщины материала.

В этом случае оказывается справедливым приближенное равенство

$$m_L \approx d \approx -\ln(\Delta J). \quad (8.22)$$

У преобразователя рассеянного излучения начальное излучение J_0 поглощается свинцовым экраном. Интенсивность воспринимаемого рассеянного излучения растет с увеличением толщины материала.

Важной характеристикой весов любого типа является их чувствительность. Это отношение отклонения указателя ΔL к вызвавшему его изменению нагрузки Δm

$$S = \frac{\Delta L}{\Delta m}. \quad (8.23)$$

Повышение чувствительности весов ограничено допустимым значением вариации показаний весов. Для аналитических весов – появлением флуктуаций, вызванных броуновским движением молекул. Для рычажных – увеличением времени успокоения. Для электромеханических – повышением затрат, необходимых для увеличения разрешения.

8.3. Определение массы атомов и элементарных частиц

В начале столетия был разработан ряд методов для измерения массы атомов. Одним из наиболее точных приборов является масс-спектрометр. Ионы исследуемого вещества образуются в источнике благодаря нагреву или электрическому разряду. Пройдя щель S_1 (рис. 8.3), ионы попадают в скрещенные электрическое и магнитное поля.

Из общего числа только лишь та часть ионов, скорость которых удовлетворяет равенству сил Кулона и Лоренца $\vec{F}_E = \vec{F}_L$, где $\vec{F}_E = qE$, $\vec{F}_L = qvB$, пройдут эту область не отклоняясь и попадут в щель S_2 . Для определения скорости таких ионов имеем

$$qE = qvB. \quad (8.24)$$

откуда

$$v = \frac{E}{B}. \quad (8.25)$$

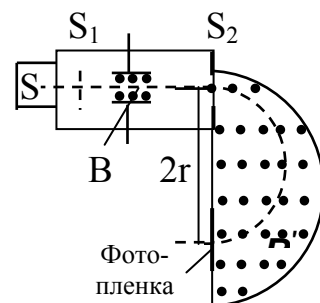


Рис. 8.3

В области за щелью S_2 существует только лишь магнитное поле с индукцией B_1 . В этом поле ионы движутся по дуге окружности. Радиус кривизны можно измерить, поставив на пути ионов фотопленку, которая засвечивается в тех местах, в которые попадают ионы. После щели S_2 выполняется равенство

$$qvB' = \frac{mv^2}{r}. \quad (8.26)$$

С учетом того, что $v = \frac{E}{B}$, получаем выражение для массы иона

$$m = \frac{qB'r}{v} = \frac{qBB'r}{E}. \quad (8.27)$$

Все величины в правой части уравнения могут быть измерены, а, следовательно, будет определена масса иона m .

Большинство элементов в природе встречается в виде смеси изотопов. Для ионов с одинаковым зарядом масса пропорциональна радиусу их траектории. В связи с этим масс-спектрометры используют как для разделения изотопов так и для разделения молекул.

8.4. Зависимость измерений массы от скорости

Эйнштейн показал, что с увеличением скорости масса тела возрастает

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (8.28)$$

где m_0 - масса покоя тела, т.е. масса, измеренная в системе отсчета, относительно которой тело покоится;

m - масса тела, измеренная в системе отсчета, относительно которой тело движется со скоростью v .

Результаты экспериментальных исследований по взаимодействию элементарных частиц (такими, как мюоны) подтверждают, что увеличение массы с ростом скорости действительно происходит в соответствии с формулой (8.28).

Зависимость массы от скорости следует из специальной теории относительности и закона сохранения импульса.

Рассмотрим соударение шаров в мысленном эксперименте (рис 8.4). Инерциальные системы A и B движутся со скоростью v относи-

тельно друг друга. В системе А шар движется вдоль y со скоростью u , перпендикулярной v . В системе В шар движется со скоростью u , но в отрицательном направлении оси y_B . Соударение упругое и, т.к. шары одинаковые, то после соударения они движутся с теми же скоростями u , но в обратном направлении вдоль оси "Y" каждый в своей системе.

В системе А шар имеет скорость $+u$ до соударения и скорость $-u$ после соударения. В системе В шар А имеет и до и после соударения x -компоненту скорости, равную v , и y -компоненту, равную

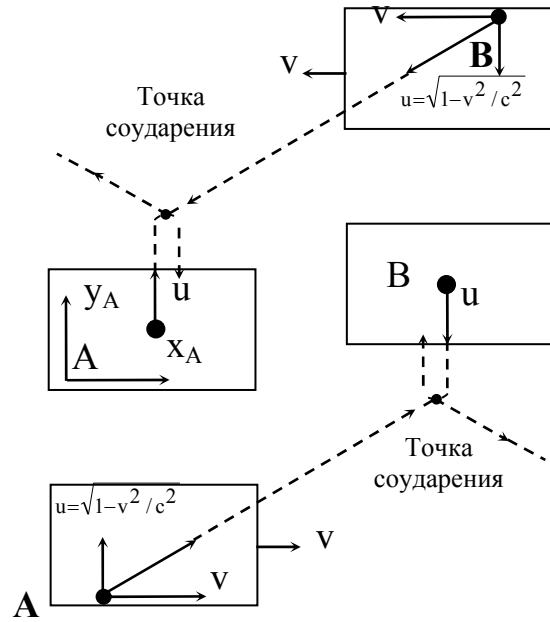


Рис. 8.4

$$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}. \quad (8.29)$$

При $v'_x = 0$ уравнение (8.29) преобразуется к виду

$$u_y = u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (8.30)$$

То же справедливо для шара В при условии, что все скорости обратимы. Все компоненты скорости изображены на схеме.

Пусть $u \ll v$. Тогда масса шара А в системе В зависит только от скорости v . Масса шара В в системе А также зависит от скорости v . На основании закона сохранения импульса в системе А имеем

$$m(u)u - m(v)v \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = -m(u)u + m(v)u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (8.31)$$

Решая относительно $m(v)$, получим

$$m(v) = \frac{m(u)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (8.32)$$

Если скорость u мала, то $m(u) \rightarrow m_0$ и соотношение (8.32) приобретает вид

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (8.33)$$

Хотя $m(v)$ относится к шару А, а m_0 – к шару В, масса покоя m_0 одинакова у обоих шаров. Следовательно, соотношение (8.33) справедливо для шара А.

ЛЕКЦИЯ № 9. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

9.1. Термодинамическое и статическое определение температуры

Понятие температуры возникло из ощущения «тёплого» и «холодного» состояния тела. В основе ощущения лежал наблюдаемый факт, что два соприкасающихся тела по прошествии некоторого времени становятся одинаково тёплыми, т. е. принимают одинаковую температуру.

С точки зрения термодинамики температура это физическая величина, определяемая, как параметр состояния термодинамического равновесия макроскопических систем. В соответствии со вторым началом термодинамики температура определяется соотношением

$$T = \frac{dQ}{dS}, \quad (9.1)$$

где dQ – элементарное количество тепла, подведенного (отобранного) к термодинамической системе;

dS – элементарное изменение энтропии системы.

Если термодинамическая изолированная система находится в неравновесном состоянии, то с течением времени, за счет перераспределения энергии между отдельными частями системы произойдет выравнивание температуры во всей системе.

Согласно молекулярно-кинетической теории, температура это параметр, характеризующий энергетическое распределение молекул системы.

В случае идеального газа в равновесных условиях температура пропорциональна средней кинетической энергии частиц $T \sim \bar{\varepsilon}$, где

$$\bar{\varepsilon} = \frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (9.2)$$

Отсюда

$$T = \frac{m}{3k} \langle v^2 \rangle, \quad (9.3)$$

где T – термодинамическая температура;

k – постоянная Больцмана.

Следует различать тепловое состояние (температуру) тела и его тепловую энергию. Для тепловой энергии, как и для любого вида энергии, справедлив закон сохранения энергии.

Многие физические свойства вещества зависят от температуры, что объясняется, с точки зрения молекулярно-кинетических представлений, непрерывным хаотическим движением и взаимодействиями молекул.

Например, объем тела, а, следовательно, и его размеры, как правило, увеличиваются с повышением температуры. При повышении температуры вещество переходит в жидкое, а затем в газообразное агрегатное состояние. У металлов удельное электрическое сопротивление возрастает с повышением температуры, а у полупроводников падает. Спектр теплового излучения, испускаемого твердым телом, при повышении температуры смещается в коротковолновую область. Электрическое напряжение термоэлемента увеличивается с повышением температуры. Многие "константы" вещества (скорость звука, удельная теплоемкость, коэффициент теплового расширения и др.) также зависят от температуры.

Большинство физических величин, зависящих от температуры, используется для измерения температуры.

Для обеспечения единства температурных измерений служит Государственный эталон единицы температуры Кельвина, что позволяет в диапазоне 1,5-2800 К воспроизводить международную практическую температурную шкалу. Путем сравнения с эталоном значения температур передаются образцовым приборам, по которым градуируются рабочие приборы для измерений температур.

Образцовыми приборами являются германиевые (1,5-13,8 К) и платиновые [13,8-903,9 К (630,7°C)] термометры сопротивления, пла-

тинородий – платиновые термопары (630,7°С-1064,4 °С) и оптические пирометры (выше 1064,4 °С). Для сверхвысоких температур в качестве образцовых иногда используют плазменные источники (например, капилляры из диэлектрика в СВЧ-полях), реализующие температуру до 10^5 К.

Понятие "температура" было усовершенствовано благодаря развитой Гиббсом статистической механике. Гиббсу удалось установить каноническое распределение вероятностей для энергии системы. При этом в качестве параметра выступает величина Θ (характеристическая температура), которая связана с термодинамической температурой соотношением

$$\Theta = kT. \quad (9.4)$$

Соотношение (9.4) устанавливает связь между статистической и термодинамической температурами и позволяет вычислить, например, вириальные коэффициенты, необходимые для описания некоторого реального газа, что составляет основу газотермического измерения температуры с помощью реального газа.

Уравнение состояния реальных газов

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT$$

можно представить в виде следующего разложения в ряд

$$pV_m = Rt \left(1 + \frac{B(T)}{V_m} + \frac{C(T)}{V_m^2} + \dots \right), \quad (9.5)$$

где вириальные коэффициенты $B(T)$, $C(T)$ представляют собой функции, вытекающие из теории.

9.2. Единицы измерения температуры

Развитие методов измерения температуры стало возможным лишь тогда, когда было установлено, что многие физические свойства вещества зависят от температуры, которые можно было измерить объективно.

Первые попытки унифицировать методы измерения температуры относятся к 1887г. Наряду с этим развивалось само понятие температуры до современного понимания термодинамической температуры.

Так как температура характеризует состояние тела независимо

от его массы и химического состава и является одним из параметров состояния любой системы, то она представляет собой одну из величин Международной системы единиц (СИ). Единица измерения температуры является одной из основных единиц в этой системе.

Единица СИ температуры: $[T] = \text{кельвин (К)}$.

В качестве реперной точки шкалы Кельвина принята температура равновесия между твердой, жидкой и парообразной фазами чистой воды при нормальных условиях.

В 1967г. XIII Генеральная конференция по мерам и весам установила: 1 кельвин составляет $1/273,16$ часть термодинамической температуры тройной точки воды.

Для воды тройная точка (реперная точка) лежит примерно на $0,008^\circ\text{C}$ выше точки плавления при нормальном атмосферном давлении. Давление в тройной точке составляет 4,58 мм. рт. ст.

Наряду с этим температура измеряется по международной стоградусной шкале в градусах Цельсия ($^\circ\text{C}$). Связь значения температуры по шкале Цельсия с температурой по шкале Кельвина (К) соответствует равенству

$$t = T - 273,16 \text{ К}, \quad (9.6)$$

причем $1^\circ\text{C} = 1 \text{ К}$.

В некоторых странах (Великобритания, страны Северной Америки) для измерения температуры пользуются шкалой Фаренгейта.

По шкале Фаренгейта ($^\circ\text{F}$) точка таяния льда соответствует 32°F , точка кипения воды 212°F . Интервал между ними разделен на 180 равных частей. За нуль шкалы принята температура холодильной смеси определенного состава.

Диаграмма состояния воды (на которой не соблюден масштаб) изображена на рисунке 9.1. На диаграмме представлены три фазы состояния воды: твердая, жидкая и газообразная. Эти фазы состояния воды при определенных усло-



Рис. 9.1

виях могут находиться в равновесии.

Согласно правилу фаз Гиббса, которое описывает связь между числом степеней свободы i системы, числом фаз p и числом компонент c , число степеней свободы

$$i = c - p + 2. \quad (9.7)$$

Так как для воды $c = 1$, то

$$i = 3 - p. \quad (9.8)$$

При наличии одной фазы ($p = 1$) можно выбрать только две переменные, например давление и температуру.

Если в равновесии находятся две фазы ($p = 2$), то $i = 1$, т. е. для произвольно выбранной температуры существует лишь одно определённое значение давления, при котором система находится в равновесии.

Кривые делят плоскость диаграммы состояния (рис. 9.1) на области существования воды в каждой из трех фаз: твёрдой, жидкой и газообразной. Эти кривые называют соответственно: кривая давления пара, кривая сублимации, и кривая таяния. В точке пересечения трёх кривых сосуществуют все три фазы ($p = 3$). В этой точке число степеней свободы равно нулю ($i = 0$), что означает, при изменении переменной нарушается равновесие системы.

Три фазы могут одновременно существовать только при совершенно определённых значениях давления и температуры. Для воды эти величины имеют значения $p = 611$ Па и $T = 273,16$ К (по определению). С другой стороны одновременное существование трёх агрегатных состояний имеет место при одной и той же температуре.

Воспроизводимые состояния равновесия между фазами чистых веществ принимаются в качестве опорных (реперных) точек.

Тройная точка воды выбрана из тех соображений, что её можно легко получить и воспроизвести в температурном интервале менее миллиградуса.

9.3. Методы и средства измерения температуры

Методы и средства измерения температуры принято делить на две большие группы – контактные и бесконтактные, которые, в свою очередь, подразделяются по физическим эффектам, положенным в основу принципа их действия.

К контактными методам относятся термометры расширения

(ртутные, спиртовые и др.), а также биметаллические и dilatометрические термометры. К этому классу относят термопарные датчики, терморезистивные преобразователи, световодные датчики и многие термоиндикаторы.

Группу бесконтактных измерителей температуры составляют методы пирометрии и термометрии излучения.

9.4. Газотермические методы и средства измерения температуры

Термодинамическую температуру с достаточно высокой точностью определяют с помощью газовых термометров, что вытекает из эквивалентности термодинамической и газотермической температур.

Газотермическая температура определяется из уравнения состояния. Поскольку для измерений используется реальный газ, необходима коррекция с помощью вириальных коэффициентов. Если учитывать только второй вириальный коэффициент $B(T)$ и применять упрощённое выражение

$$pV = \nu RT \left(1 + \frac{B(T)}{V} \right), \quad (9.9)$$

то вириальный коэффициент можно определить экспериментально. Для этого измеряют связанные друг с другом параметры p , V и T и затем для постоянной температуры определяют величину $\frac{pV}{\nu RT}$ как

функцию от $\frac{1}{V}$. Наклон

прямой даёт значение вириального коэффициента при данной температуре. Повторяя эксперимент при других температурах, получают вид функции $B(T)$. Температурная зависимость второго вириального коэффициента для некоторых газов представлена на рисунке 9.2.

Газовый термометр представляет собой сосуд, в

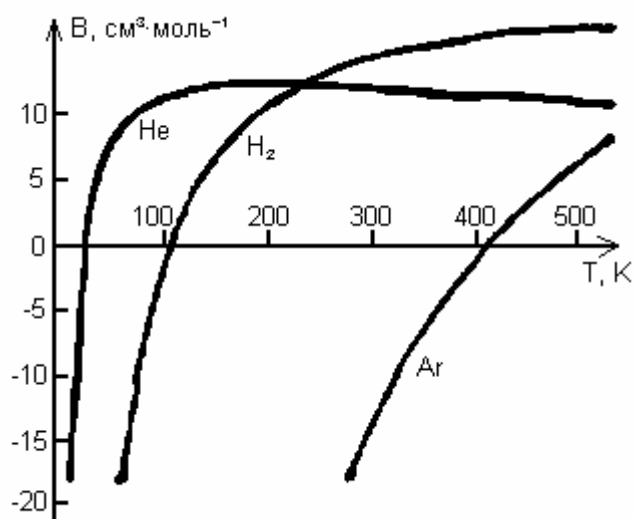


Рис. 9.2

котором заключён газ (преимущественно это азот, аргон или гелий, термические свойства, которых хорошо известны), имеющий постоянную массу (или, что равносильно, постоянное количество молей). Состояние газа подвергается изменениям. В соответствии с уравнением состояния при заданной температуре газ под определённым давлением занимает определённый объём. Изменение температуры влечёт за собой изменение давления и или объёма. По изменению объёма и давления определяется изменение температуры.

Вместо того чтобы определять температуру абсолютным образом из уравнения состояния, её измеряют относительно некоторой точки отсчёта, т. е. искомое состояние определяется относительно состояния соответствующего, например, температуре тройной точки воды. Получается отношение двух температур.

9.4.1. Газовый термометр постоянного объёма

Устройство и принцип действия газового термометра постоянного объёма основано на газотермическом методе измерения.

Чтобы измерения температуры, выполненные в различных лабораториях, давали однозначные результаты, и их можно было бы сравнивать, необходимо, иметь точно определённую шкалу температур.

Стандартным термометром для определения этой шкалы является газовый термометр постоянного объёма. Сама шкала носит название температурной шкалы идеального газа.

При помощи газового термометра постоянного объёма ($V_g = \text{const}$) абсолютная температура, или температура по шкале Кельвина T , в любой точке определяется по формуле

$$T = 273,16 \left(\frac{p}{p_0} \right). \quad (9.10)$$

В соотношении (9.10) p_0 это давление в термометре при температуре тройной точки воды, а p - давление в точке измерения температуры. Давление, под которым газ в термометре находится в состояниях с температурами T и T_0 , измеряется ртутным манометром, причём ртутный столб одновременно используется для поддержания постоянного объёма. Принцип действия газового термометра постоянного объёма представлен на рисунке 9.3.

Результаты измерений температуры зависят от газа, применяе-

мого в термометре. Кроме того, результаты зависят от количества газа в колбе термометра. Например, при использовании кислорода, температура кипения воды при давлении 1,00 атм. равна 373,87 К, если при этом $p_0 = 1000$ мм рт. ст. Если количество кислорода в колбе уменьшить, чтобы в тройной точке p_0 равнялось 500 мм рт. ст., то

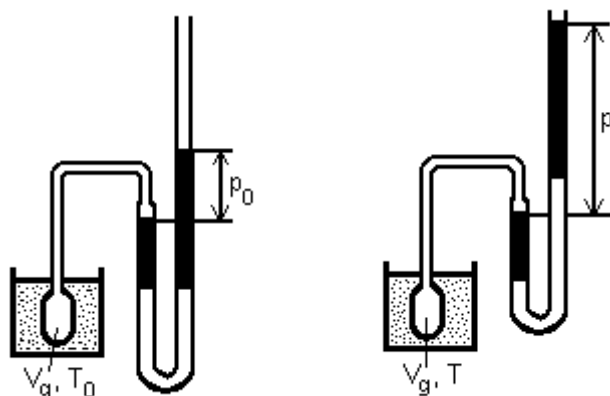


Рис.9.3

температура кипения воды оказывается равной 373,15К. Если вместо кислорода использовать водород, то соответствующие значения температуры кипения воды окажутся равными 373,07 и 373,11К.

При использовании конкретного газа в серии измерений с постепенным уменьшением газа в колбе термометра, давление p_0 соответственно становится всё меньше и меньше. Экспериментально обнаружили, что экстраполяция результатов измерений до $p_0 = 0$ всегда даёт одно и то же значение температуры данной системы (например, $T = 373,15$ К для точки кипения воды при давлении 1,0 атм.). На рисунке 9.4 представлена температурная шкала идеального газа.

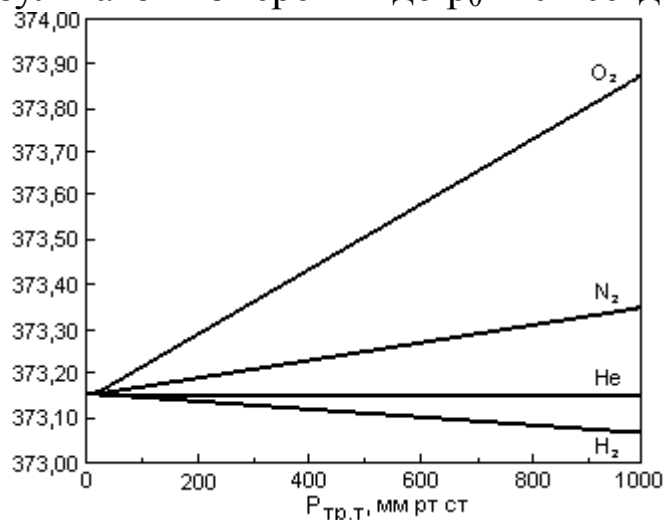


Рис. 9.4

Показания температуры (отложены по оси ординат в кельвинах) газового термометра постоянного объёма для точки кипения воды при давлении 1,00 атм для различных

газов как функция давления газа в термометре в тройной точке ($p_{тр.т}$). Обратите внимание, что количество газа в термометре сокращается так, что при $p_{тр.т} \rightarrow 0$ все газы дают одно и то же показание, а именно 373,15К. При давлениях меньше 0,10 атм (76 мм рт. ст.) показанные изменения температуры меньше чем 0,07 К.

Таким образом, температура в любой точке пространства, изме-

ряемая газовым термометром постоянного объёма, содержащего реальный газ, определяется через это предельное значение

$$T = 273,16 \cdot \lim_{p_0 \rightarrow 0} \left(\frac{p}{p_0} \right). \quad (9.11)$$

Формула (9.11) составляет содержание температурной шкалы идеального газа. Основное преимущество этой шкалы заключается в том, что значение температуры T не зависит от вида применяемого в термометре газа.

Из всех газов гелий имеет самую низкую температуру конденсации. При очень низких давлениях он становится жидким при температуре около 1 К, поэтому на этой шкале нельзя определить более низкие температуры.

Кроме рассмотренного выше газового термометра постоянного объёма для измерений используют газовые термометры постоянного давления и постоянной температуры.

Существуют и другие методы измерения термодинамической температуры, которые применяются особенно в области низких и высоких температур.

9.4.2. Акустический термометр

Известно, что скорость звука в идеальных газах зависит от термодинамической температуры

$$c_0 = \sqrt{\frac{C_p}{C_v} \frac{RT}{\mu}}, \quad (9.12)$$

где C_p/C_v – экстраполированное к $p = 0$ значение отношения молярных теплоёмкостей газа;

μ – молярная масса газа.

Для реальных газов существует модифицированная формула для определения скорости звука, вытекающая из уравнения состояния

$$c = c_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{B(T)}{V_m} + \frac{C(T)}{V_m^2}}. \quad (9.13)$$

На практике определяется предельное значение для $p \rightarrow 0$. При этом измеряются частота f и длина волны λ звуковых колебаний как функции давления при температуре, которую нужно измерить (давление p должно быть достаточно низким). Ультразвуковые колебания

кварцевого осциллятора приводят в колебание газовый столб (аналогично трубке Кундта) (рис. 9.5), причём длина l газового столба делается такой, чтобы можно было получить стоячие волны, для которых справедливо соотношение

$$l = m \frac{\lambda}{2}. \quad (9.14)$$

При помощи соответствующей электрической схемы добиваются того, чтобы образование стоячей волны позволило получить максимальный сигнал напряжения.

Затем измеряют длины волн, смещая рефлектор на расстояние D , и подсчитывают число максимумов напряжения. По формуле $c = \lambda f$ определяют скорость звука. Зная скорость звука, используя выражения (9.12) или (9.13) определяют температуру.

Для более точного измерения сдвига D можно использовать оптический интерферометр. Такой термометр применяется преимущественно в области температур от 2 до 20 К.

Подробнее акустические методы и средства измерения рассмотрены в лекциях по акустическим измерениям.

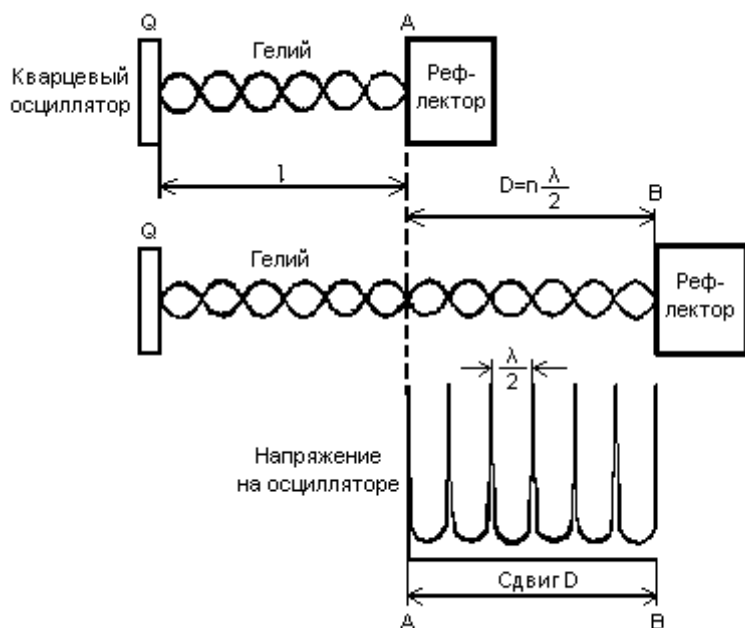


Рис. 9.5

9.5. Электрические и термоэлектрические методы и средства измерения температуры

9.5.1. Термометры сопротивления

Термометры сопротивления изготавливаются либо из фольги проводящих материалов с температурным коэффициентом сопротивления $\alpha \approx 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, либо из полупроводников (термисторы) с $\alpha \approx 10^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Для увеличения чувствительности термометров сопротивления из фольги, поверхность фольги имеет черный цвет.

Повышение температуры, из-за поглощения излучения, приводит к изменению электросопротивления R . Это связано с тем, что у металлов коэффициент α положителен. С повышением температуры возрастает интенсивность колебаний ионов кристаллической решетки и, соответственно, увеличивается рассеяние свободных электронов, т.е. возрастает электросопротивление.

Зависимость электросопротивления у металлов описывается выражением

$$R(T) = R(T_0) [1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2]. \quad (9.15)$$

Вклад квадратичного члена достаточно велик. Поэтому линейная зависимость $R(T)$ наблюдается для не слишком широкой области температур. По изменению сопротивления судят о температуре среды, в которой находится термометр сопротивления.

Современные термометры сопротивления состоят из тонких слоев золота, платины или никеля, наплавленных на подложку.

Более высокой чувствительностью обладают полупроводниковые термометры сопротивления. Это связано с тем, что у них температурный коэффициент сопротивления существенно выше, чем у металлов.

Сопротивление полупроводников падает с ростом температуры нелинейно, что связано с увеличением числа электронов в зоне проводимости с ростом температуры.

Величина α для нормальных полупроводников определяется соотношением

$$\alpha = \frac{1}{T} \frac{dR}{dT} = -\frac{\text{const}}{T}. \quad (9.16)$$

Из выражения (9.16) следует, что с уменьшением T чувствительность полупроводникового термометра сопротивления повышается. При этом

$$S = \alpha R_\phi R(T_0), \quad (9.17)$$

где S – чувствительность;

R_ϕ – эффективное термическое сопротивление измерительного средства;

$R(T_0)$ – электросопротивление при T_0 .

В настоящее время разработаны полупроводниковые термометры сопротивления с рабочей температурой $T_0=4,2\text{K}$ и менее. Макси-

мальное значение чувствительности таких приборов составляет более 10^7 В/Вт.

С помощью полупроводниковых термометров сопротивления, кроме температуры, возможно измерение мощности электромагнитного излучения в интервале от видимой части спектра до микроволновой части спектра.

9.5.2. Термоэлектрические методы и средства измерения температуры

Принцип действия термоэлектрических методов и средств измерения температуры (термоэлектрических датчиков) основан на эффекте Зеебека.

Эффект Зеебека заключается в том, что в замкнутой цепи, составленной из разнородных проводников (или полупроводников) возникает электрический ток, если температура мест их соединения различна.

Зеебек в 1824 г. экспериментально установил, что возникающая термоэлектродвижущая сила

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T. \quad (9.18)$$

С точки зрения теории Френкеля-Зоммерфельда электроны проводимости в металле находятся как бы в потенциальной яме (рис. 9.6). Поэтому возникновение термоЭДС (эффекта Зеебека) обусловлено двумя факторами: перемещением электронов от нагретой части кристалла к охлажденной и перемещением электронов через границу контакта двух металлов (рис. 9.7).

Первый фактор обусловлен наличием градиента концентрации "горячих" электронов. Вследствие чего электроны с горячего конца решетки будут переходить на свободные уровни холодного конца кристаллической решетки. Эту составляющую термоЭДС называют диффузионной.

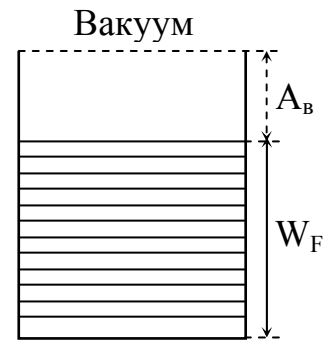


Рис. 9.6

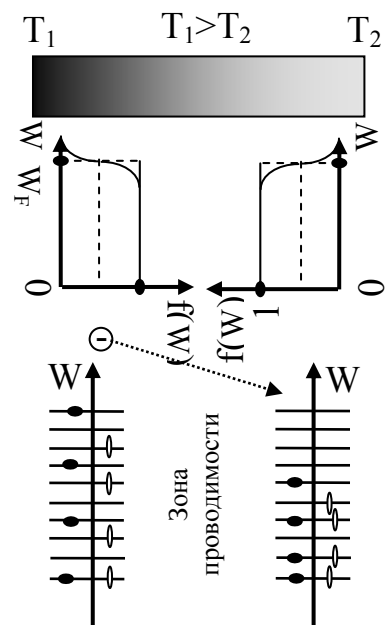


Рис. 9.7

Чтобы выйти из металла электрон должен совершить работу выхода (A_B). Наиболее легко это для электронов, находящихся на уровне Ферми, т.е. обладающих энергией W_F . Электроны могут получить достаточную энергию от кристаллической решетки (термоэлектрическая эмиссия).

Если между двумя металлами с различными работами выхода ($A_2 > A_1$) создать хороший электрический контакт (например, путем сварки), то за счет теплового движения электроны, попадая на поверхность раздела металлов, будут втягиваться во второй металл, т.к. со стороны второго металла (M_2) действует большая сила притяжения. В итоге из первого металла (M_1) во второй (M_2) (преимущественно) будет существовать поток электронов. В результате M_1 зарядится положительно, а M_2 – отрицательно (рис.9.8).

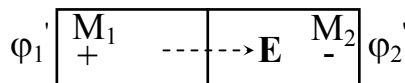


Рис. 9.8

Возникающая при этом разность потенциалов ($\phi_1' - \phi_2'$) создает электрическое поле с напряженностью E , которое препятствует дальнейшему переходу электронов. При условии достижения равенства работ выхода и работы электрического поля $A_E = A_B$, имеем

$$q(\phi_1' - \phi_2') = q\Delta\phi_k' = A_{B2} - A_{B1}, \quad (9.19)$$

где $A_E = e(\phi_1' - \phi_2')$ - работа сил электрического поля;

$A_B = A_{B2} - A_{B1}$ - работа выхода в месте контакта металлов;

e – заряд электрона.

Из формулы (9.9) для контактной разности потенциалов, возникающей за счет разной работы выхода электронов, получим

$$\Delta\phi_k' = -\frac{A_{B1} - A_{B2}}{e}. \quad (9.20)$$

Второй фактор обусловлен переходом электронов из кристалла с большим уровнем Ферми в кристалл с меньшим уровнем Ферми. При этом образуется электрический слой, который препятствует дальнейшему переходу электронов. Возникает скачок потенциала (рис. 9.9)

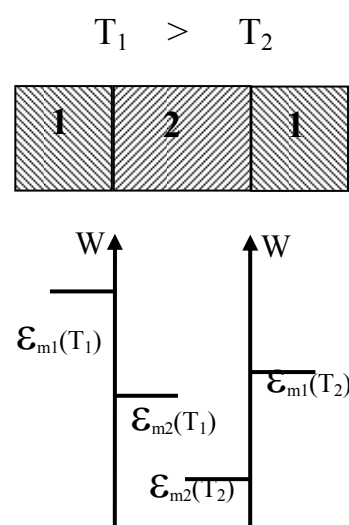


Рис. 9.9

$$\varphi_{12} = \frac{\varepsilon_{m_1} T_1 - \varepsilon_{m_2} T_1}{e} \quad (9.21)$$

и

$$\varphi_{21} = \frac{\varepsilon_{m_2} T_2 - \varepsilon_{m_1} T_1}{e}. \quad (9.22)$$

За счет различия абсолютных значений φ_{12} и φ_{21} появляется контактная составляющая термоЭДС

$$\varepsilon_k = \varphi_{12} + \varphi_{21} \neq 0. \quad (9.23)$$

Обе составляющие термоЭДС в первом приближении находятся в линейной зависимости от разности температур ΔT . Этим объясняется линейная зависимость термоЭДС от разности температур спаев.

Если цепь составлена из ряда различных металлических проводников, включенных последовательно, то термоЭДС определяется только крайними проводниками.

Таким образом, измерение температуры с помощью термопар производят по величине фиксируемой термоЭДС.

Одна из возможных схем работы термопары представлена на рисунке 9.10.

Спай "b" поддерживается при температуре тающего льда. Спай "a" помещают в среду с неизвестной температурой. Зная

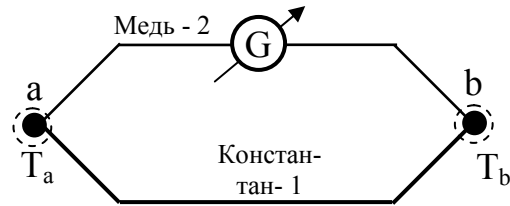


Рис. 9.10

коэффициент α данной термопары, и измеряя милливольтметром G термоЭДС (ε), определяют температуру в среде "a"

$$T_a = \frac{\varepsilon + \alpha T_b}{\alpha}. \quad (9.24)$$

Термопары нашли широкое применение в промышленных измерительных устройствах.

Предел измерения термопар составляет (0-1600°C) при относительной погрешности $\pm 0,5\%$.

Термопары обладают преимуществом в сравнении с ртутными термометрами. Они чувствительны, имеют малую температурную инерцию, позволяют измерять температуры малых объемов, допускают дистанционные измерения.

Одним из источников погрешности термопары является несоответствие температуры свободных концов температуре, при которой была проведена градуировка. Эти погрешности учитываются введением поправок к показаниям измерительного прибора.

Другим источником погрешности термопары является изменение сопротивления измерительной цепи преобразователя в зависимости от температуры. Например, платинородиевая термопара из проволоки диаметром 0,5 мм при введении ее в печь при 1000 °С на глубину 1 м изменяет свое сопротивление на 3,86 Ома. Эти погрешности устраняются компенсационной схемой измерительного прибора.

9.6. Магнитометрические методы и средства измерения температуры

Низкие термодинамические температуры ($T \leq 1\text{K}$) достигаются с помощью адиабатического размагничивания парамагнетиков.

Этот эффект связан с нескомпенсированным спиновым магнитным моментом электронных оболочек у отдельных атомов. Кристаллическая решётка некоторых солей редкоземельных элементов (сульфат гадолиния и др.) содержит парамагнитные ионы Fe, Cr, Cd, которые разделены в кристаллической решётке немагнитными ионами и поэтому взаимодействуют между собой слабо и силы магнитного взаимодействия не способны упорядочить систему хаотически ориентированных спинов.

Существо эффекта можно проследить так. Если теплоизолировать образец, удалив жидкий гелий, и, создав вакуум, выключить магнитное поле, то температура образца упадёт. Падение температуры вызывается увеличением энтропии при переходе от упорядоченного состояния к хаотическому состоянию в условиях адиабатичности процесса, т. е. в отсутствие теплообмена.

При быстром снятии магнитного поля спины разориентируются постепенно за счёт колебаний атомов кристаллической решётки. При этом часть спинов остается ориентированными по направлению, совпадающему с направлением бывшего магнитного поля. Это означает, что при резком выключении поля хаотичность спинов устанавливается без затрат энергии и без изменения температуры.

Если же поле исчезает постепенно, то для переориентации спинов против поля требуется некоторая работа на преодоление сил ещё не исчезнувшего поля. Такой процесс отбирает энергию у теплового

движения и понижает температуру образца. Следовательно, если сильное поле выключается не слишком быстро, то температура образца будет уменьшаться.

С позиций квантовой физики в сильном поле атомы пребывают в наинизшем состоянии (нет теплового движения). По мере уменьшения напряжённости поля, тепловые флуктуации будут «выталкивать» атомы в наивысшее состояние, и когда это происходит, атом поглощает энергию $\Delta U = \mu B$. При медленном выключении поля магнитные переходы атомов на наиболее высокие уровни могут отбирать энергию у тепловых колебаний кристалла, тем самым, охлаждая образец в целом. Таким способом понижают температуру от нескольких кельвинов до температуры в несколько тысячных долей кельвина.

В этой области температуру образца можно определить, используя зависимость магнитной проницаемости парамагнитного вещества от температуры.

Для невзаимодействующих друг с другом парамагнитных ионов в кристаллическом соединении справедлив закон Кюри

$$\chi = \frac{1}{3} \frac{P_M^2}{R} \frac{1}{T} = \frac{C}{T}, \quad (9.25)$$

где χ – молярная восприимчивость вещества;

P_M – молярное намагничивание насыщения, т. е. произведение магнитного момента атома на число Авогадро;

C – постоянная Кюри.

Константа Кюри C для исследуемого вещества устанавливается путём газотермических измерений. В магнитной термометрии измеряют магнитную восприимчивость и при известной величине константы C определяют температуру образца.

При очень низкой температуре и наличии сильного магнитного поля, спины выстраиваются вдоль линий поля, и образец намагничивается.

Однако даже при температуре 1 К спины всё ещё направлены хаотически, хотя в соответствии с теоремой Нёрнста они должны перейти в упорядоченное состояние при приближении к абсолютному нулю. Упорядоченное состояние достигается в результате магнитного воздействия спинов друг на друга. В этом случае при понижении температуры тепловое движение ослабевает, и спиновые магнитные

моменты всё больше упорядочиваются до тех пор, пока упорядочение не станет полным. Увеличение степени упорядоченности спинов по мере снижения температуры представлено на рисунке 9.11.

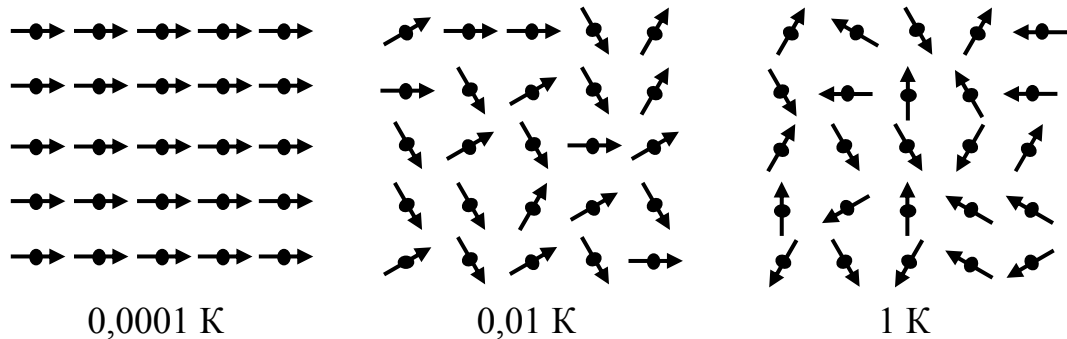


Рис. 9.11

Этот метод даёт удовлетворительные результаты вплоть до температур порядка 1 мК. Отклонения от обычного закона Кюри при температурах ниже 10 мК (вызванные взаимодействием с локальным кристаллическим полем, а также взаимодействием ионов между собой) учитывается с помощью разложения в ряд

$$\chi = \frac{C}{T} \left(1 + \frac{C_1}{T} + \frac{C_2}{T^2} + \dots \right). \quad (9.26)$$

Однако использование поправочных коэффициентов C_1 , C_2 осложняется необходимостью детальных знаний в области сложных магнитных взаимодействий в парамагнетике, причём с понижением температуры коэффициенты всё более усложняются.

Измерение магнитной восприимчивости осуществляют с помощью магнитного термометра, устройство которого иллюстрируется схемой, представленной на рисунке 9.12.

Восприимчивость образца следует понимать как намагниченность, вызванную внешним полем. Практически измеряется магнитная индукция внутри образца, вызванная внешним магнитным полем. Эти измерения выполняются без непосредственно-

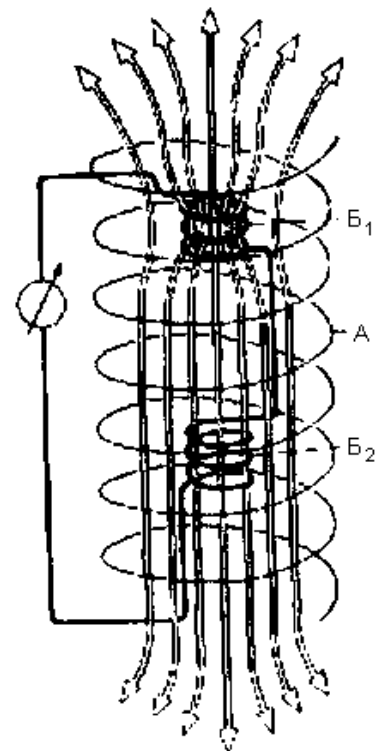


Рис. 9.12

го контакта между образцом и регистрирующим прибором. При включении тока в цилиндрической обмотке А внутри неё возникает магнитное поле. Напряжённость этого поля определяется током, индуцируемым во вторичной обмотке и регистрируемым гальванометром. Вторичная обмотка содержит две секции B_1 и B_2 , которые намотаны в противоположных направлениях. Если магнитное поле однородно по длине первичной обмотки А, то во вторичной обмотке тока нет и стрелка гальванометра не отклоняется. Чтобы система обмоток работала как магнитный термометр, её монтируют так, чтобы образец находился в центре обмотки B_1 . Тогда линии магнитного поля в большей мере концентрируются внутри парамагнитного образца, нежели в вакууме. Поэтому число линий поля, проходящих через B_1 больше числа линий, проходящих через B_2 . Следовательно, индуцируемый в B_1 ток превышает аналогичный ток в B_2 и гальванометр регистрирует их разницу. Показания гальванометра соответствуют магнитной восприимчивости образца, которая по закону Кюри обратно пропорциональна абсолютной температуре.

Практически температуру, измеренную с помощью магнитного термометра, переводят в термодинамическую температуру по таблицам и графикам, составленным на основании тщательных исследований зависимости $\chi = f(T)$.

9.7. Оптические методы и средства измерения температуры

Это совокупность методов измерения температур свыше 200°C . Приборы, используемые для этой цели, называют пирометрами.

С помощью пирометра температуру тела можно определить, измерив интегральную излучательную способность абсолютно черного тела. Исходя из закона Стефана-Больцмана, получим

$$T = \sqrt[4]{\varepsilon(T)/\sigma}. \quad (9.27)$$

Однако нечерные тела не подчиняются закону Стефана-Больцмана. Но на практике им пользуются и для нечерного тела в виде

$$T = \sqrt[4]{E(T)/\sigma}. \quad (9.28)$$

Определенная таким образом температура называется радиационной. Очевидно, она равна температуре черного тела, если $E(T) = \varepsilon(T)$.

Радиационная температура меньше истинной температуры. Для нечерного тела (серого тела) поглощающая способность не зависит от частоты. В этом случае закон Кирхгофа можно записать так

$$\frac{E(\nu, T)}{a(T)} = \varepsilon(\nu, T). \quad (9.29)$$

Тогда

$$E(\nu, T) = a(T)\varepsilon(\nu, T), \quad (9.30)$$

где $a(T)$ – поглощательная способность серого тела (степень черноты).

Закон Стефана-Больцмана для серых тел имеет вид

$$E(T) = a(T)\varepsilon(T) = a\sigma T^4. \quad (9.31)$$

Имеем

$$E(T) = \sigma T_p^4 = a\sigma T^4. \quad (9.32)$$

Из формулы (9.49) следует, что

$$T_p = T\sqrt[4]{a}. \quad (9.33)$$

Так как $a < 1$, то $T_p < T$.

Радиационную температуру определяют радиационным термометром, схема которого приведена на рисунке 9.13. Оптическая система фокусирует изображение источника на приемнике П. При этом изображение должно обязательно перекрывать всю площадь пластины приемника.

В этом случае энергия излучения источника не будет зависеть от расстояния между источником и приемником.

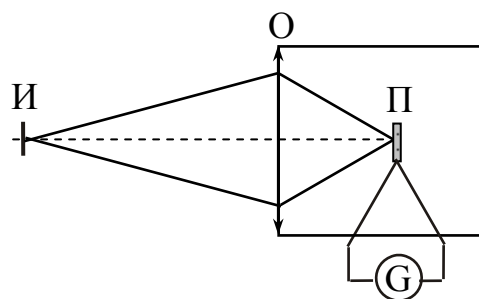


Рис. 9.13

ТермоЭДС, возникающая в пластинке приемника зависит только лишь от интегральной излучательной способности источника, температуру которого измеряют. Шкалу милливольтметра градуируют в градусах. Пирометр определяет радиационную температуру произвольного нечерного тела.

В пирометрических измерениях помимо радиационной температуры используется понятие яркостной температуры. Это такая температура абсолютно черного тела, при которой его излучательная способность для определенной длины волны λ_0 равна излучательной

способности рассматриваемого тела, т.е.

$$\varepsilon(\lambda_0, T) = E(\lambda_0, T_\lambda), \quad (9.34)$$

где T – истинная температура тела.

В этом случае закон Кирхгофа для исследуемого тела можно записать так

$$\frac{E(\lambda_0, T_\lambda)}{A(\lambda_0, T)} = \varepsilon(\lambda_0, T_\lambda). \quad (9.35)$$

С учетом ранее записанного условия, получим

$$A(\lambda_0, T) = \frac{\varepsilon(\lambda_0, T_\lambda)}{\varepsilon(\lambda_0, T)}. \quad (9.36)$$

Для всех нечерных тел $A(\lambda_0, T) < 1$. Тогда

$$\varepsilon(\lambda_0, T_\lambda) < \varepsilon(\lambda_0, T). \quad (9.37)$$

Следовательно $T_\lambda < T$.

На практике яркостную температуру измеряют пирометром с исчезающей нитью, схема которого приведена на рисунке 9.14.

С помощью объектива O изображение поверхности светящегося тела совмещают с плоскостью нити накала лампы $Л$. Яркость накала нити регулируют реостатом R . Фильтр пропускает узкую полосу длин волн

$\lambda_0 = 6600 \text{ Å}$. Подбирают силу тока, при которой излучательная способность нити накала становится равной излучательной способности наблюдаемого тела. Нить становится не видной на фоне светящейся поверхности.

Миллиамперметр градуируют в градусах по излучению абсолютно черного тела и его показания дают яркостную температуру. Истинная температура остается выше яркостной. Однако с помощью яркостной температуры можно определить истинную температуру, если знать поглощательную способность тела при той же длине волны $A(\lambda_0, T)$.

Кроме того, с помощью формулы Планка, записанной в виде

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/kT} - 1} \quad (9.38)$$

и с учетом выражения (9.53) получим

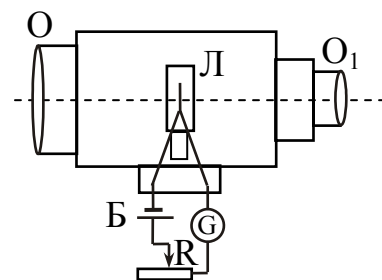


Рис. 9.14

$$A(\lambda_0, T) = \frac{e^{\frac{hc}{k\lambda_0 T}} - 1}{e^{\frac{hc}{k\lambda_0 T\lambda}} - 1}. \quad (9.39)$$

Из выражения(9.39) при известных $A(\lambda_0, T)$ и λ_0 можно определить истинную температуру T .

Точность результатов измерений зависит от строгости выполнения условий (коэффициент поглощения близок к его значению для абсолютно черного тела). Для выполнения этих условий наблюдают излучение, выходящее из полости с небольшим выходным отверстием, имитирующим абсолютно черное тело. Основная инструментальная погрешность обусловлена нестабильностью температурной лампы. Заметную погрешность могут вносить индивидуальные особенности глаза наблюдателя.

Погрешность образцовых пирометров (с фотоэлектрическими приемниками) не превышает сотых долей Кельвина при $T \approx 1000\text{K}$. Образцовые яркостные пирометры приняты в качестве основных интернациональных приборов, установленных Международной практической шкалой (МПТШ-68).

9.8. Современные представления о методах и средствах измерения температуры

9.8.1. Международная практическая температурная шкала

В настоящее время предпринимаются попытки развить более удобные методы измерения температуры, результаты которых, по возможности, приближались бы к значениям термодинамической температуры; другими словами, термодинамическая шкала заменяется «практической» температурной шкалой. Для этого выбирается некоторое количество хорошо воспроизводимых опорных точек, термодинамические температуры которых тщательно измерены и зафиксированы при помощи газовых термометров. С помощью опорных точек градуируются приборы для измерения температуры, показания которых между опорными точками описываются хорошо известными функциями термодинамической температуры. Эти функции можно получить как из экспериментально измеряемых, так и из теоретических выкладок. Иными словами, соответствие практической температурной шкалы шкале термодинамической прямо зависит

от состояния измерительной техники и теории. Усовершенствование в обеих этих областях влечёт за собой пересмотр практической температурной шкалы.

Первая международная обязательная практическая температурная шкала была введена в 1927 г. на VII Генеральной конференции по мерам и весам (ГКМВ) под названием «Международная температурная шкала 1927». Она представляла собой шкалу Цельсия, единица которой ($1\text{ }^{\circ}\text{C}$) определялась с помощью интервала между точкой таяния льда ($t = 0^{\circ}\text{C}$) и точкой кипения воды ($t = 100^{\circ}\text{C}$). В области температур от $t = -183\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $t = 1063\text{ }^{\circ}\text{C}$ эта шкала реализовывалась с помощью четырёх других опорных точек (точек кипения кислорода ($-183\text{ }^{\circ}\text{C}$) и серы ($445\text{ }^{\circ}\text{C}$), точек плавления серебра ($962\text{ }^{\circ}\text{C}$) и золота ($1063\text{ }^{\circ}\text{C}$)). Для измерения температур использовались три прибора: в области от $-183\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $660\text{ }^{\circ}\text{C}$ термометр, от $660\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $1063\text{ }^{\circ}\text{C}$ термоэлемент, выше $1063\text{ }^{\circ}\text{C}$ пирометр.

Эта температурная шкала была заменена «Международной температурной шкалой 1948». Опорные точки остались прежними, но условия, которые накладываются на степень чистоты веществ, используемых для опорных точек, и термометрических веществ, стали более жёсткими. Применявшаяся до того времени в пирометрических измерениях формула излучения Вина была заменена формулой Планка с уточнённым численным значением константы излучения c_2 . В 1954 г. в качестве базисной величины Международной системы единиц была выбрана температура тройной точки воды $273,16\text{ K}$. В связи с этим в 1960 г. XI ГКМВ переименовала «Международную температурную шкалу 1948» в «Международную практическую температурную шкалу 1948» (МПТШ-48). Добавление «практическая» указывает на то, что эта температурная шкала, в общем, не совпадает с термодинамической шкалой. Точка таяния льда была заменена тройной точкой воды ($t = 0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$), а точка кипения серы – точкой плавления цинка ($t = 420\text{ }^{\circ}\text{C}$).

С течением времени на основе усовершенствованных методов измерений были обнаружены отличия МПТШ-48 от термодинамической шкалы, особенно в области высоких температур. Кроме того, возникла необходимость продолжить температурную область до более низких температур. Поэтому консультативный комитет по термометрии (ККТ) создал новую, усовершенствованную шкалу, кото-

рая была объявлена обязательной на XIII ГКМВ под названием «Международная практическая температурная шкала 1968» (МПТШ-68).

Температуры МПТШ-68 снабжаются индексом (T_{68} или t_{68}). С помощью пяти опорных точек температурная шкала была продолжена ниже $-183\text{ }^{\circ}\text{C}$ до тройной точки водорода при $T_{68} = 13,81\text{ К}$. В табл. 9.1 приведены опорные точки МПТШ-68, а также оценочные погрешности, с которыми эти точки устанавливались. Температуры опорных точек даются для нормального давления $p = 101325\text{ Па}$ ($\approx 1\text{ атм}$), за исключением тройных точек и точки кипения водорода. Альтернативой точке кипения воды является точка затвердевания олова ($t_{68} = 231,9681\text{ }^{\circ}\text{C}$ с оценочной погрешностью $0,015\text{ К}$).

Определяющие опорные точки МПТШ-68

Таблица 9.1

Опорная точка	$T_{68}, \text{ К}$	$t_{68}, ^{\circ}\text{C}$	Оценочная погрешность, К
Тройная точка равновесного водорода	13,81	-259,34	0,01
Точка кипения равновесного водорода при давлении 3330,6 Па	17,042	-256,108	0,01
Точка кипения равновесного водорода	20,28	-252,87	0,01
Точка кипения неона	27,102	-246,048	0,01
Тройная точка кислорода	54,361	-218,789	0,01
Точка кипения кислорода	90,188	-182,962	0,01
Тройная точка воды	273,16	0,01	Точно по определению
Точка кипения воды	373,15	100	0,005
Точка затвердевания цинка	693,73	419,58	0,03
Точка затвердевания серебра	1235,08	961,93	0,2
Точка затвердевания золота	1337,58	1064,43	0,2

Наряду с основными опорными точками в МПТШ-68 имеются и вторичные точки отсчёта, температуры которых, определяемые нормальными приборами, приводятся в табл. 9.2.

Вторичные точки отсчёта МПТШ-68

Таблица 9.2

Состояние равновесия	Значения температуры с МПТШ-68	
	T_{68}, K	$t_{68}, ^\circ C$
Тройная точка нормального водорода	13,956	-259,194
Точка кипения нормального водорода	20,397	-252,753
Тройная точка неона	24,555	-248,595
Тройная точка азота	63,148	-210,002
Точка кипения азота	77,348	-195,802
Точка сублимации двуокиси углерода	194,674	-78,476
Точка затвердевания ртути	234,288	-38,862
Точка замерзания воды	273,16	0
Тройная точка дифенильного эфира	300,02	26,87
Тройная точка бензокарбоновой кислоты	395,52	122,37
Точка затвердевания индия	429,784	156,634
Точка затвердевания висмута	544,592	271,442
Точка затвердевания кадмия	594,258	321,108
Точка затвердевания свинца	600,652	327,502
Точка кипения ртути	692,81	356,66
Точка кипения серы	717,824	444,674
Точка затвердевания эвтектического сплава меди с алюминием	821,38	548,23
Точка затвердевания сурьмы	903,89	630,74
Точка затвердевания алюминия	933,52	660,37
Точка затвердевания меди	1357,6	1084,5
Точка затвердевания никеля	1728	1455
Точка затвердевания кобальта	1767	1494
Точка затвердевания палладия	1827	1554
Точка затвердевания платины	2045	1772
Точка затвердевания родия	2236	1963
Точка затвердевания индия	2720	2447
Точка затвердевания вольфрама	3660	3387

9.8.2. Дополнительные данные к МПТШ-68

В области низких температур МПТШ-68 заканчивается на тем-

пературе 13,81 К, ниже которой опорные точки не установлены. Для практического измерения температур в МПТШ-68 рекомендуется шкала давления гелиевых паров. В области от 0,8 до 5,2 К применяется « ^4He -шкала 1958», а в области от 0,2 до 3,3 К – « ^3He -шкала 1962».

Для продолжения МПТШ-68 в область от 1 до 13,81 К предлагается магнитное измерение температуры.

Приближение практической температурной шкалы к термодинамической не ограничивается МПТШ-68. Более тонкие методы измерений указывают на некоторые неточности при установлении МПТШ-68. В 1972-1973 гг. были проведены эксперименты с газовым термометром, в котором с помощью тщательного охлаждения лучше устранялись адсорбционные эффекты. В результате было установлено новое значение точки кипения воды, составляющее $99,970\text{ }^\circ\text{C}$, что на $0,030\text{ K}$ отклоняется от прежнего значения, определённого с погрешностью $0,005\text{ K}$. Такая поправка имела бы далеко идущие последствия для определения термодинамической температуры, если бы оно базировалось на двух опорных точках: замерзания и кипения воды с промежутком $100\text{ }^\circ\text{C}$. Температура T_0 , определяемая через коэффициент расширения, получила бы значение $273,22\text{ K}$. вследствие этого в значение температуры тройной точки воды, равное $T_{\text{тр}} = 273,16\text{ K}$, где $T_{\text{тр}} = T_0 + 0,01\text{ K}$, пришлось бы внести поправку, равную $0,07\text{ K}$; первоначально точность определения тройной точки воды составляла $0,01\text{ K}$. При определении термодинамической температуры через одну опорную точку не возникает необходимости в коррекции всей шкалы.

Тем же методом были найдены отклонения от значений МПТШ-68 в точках олова и цинка (для цинка отклонение составляет $0,1\text{ K}$).

Отклонения от гелиевой шкалы были обнаружены путём измерений посредством акустических термометров, а также газовых термометров, разработанных специально для низких температур. Например, значение « ^4He -шкалы» в точке кипения гелия на 8 мК ниже, чем $4,12\text{ K}$.

С помощью спектральных пирометров МПТШ-68 была также выверена в диапазоне температур от точки золота и ниже вплоть до $725\text{ }^\circ\text{C}$. В этом диапазоне в качестве нормального измерительного

прибора используется термоэлемент. При этом отклонение МПТШ-68 от термодинамической шкалы оказалось максимальным при температуре 800 °С и составило около 0,7 К. Согласно этим измерениям, разность между точкой серебра и точкой золота оказалась на 0,15 К меньше, чем по МПТШ-68.

Вторичные точки отсчёта МПТШ-68 также были выверены. Оказалось, что и здесь необходима коррекция: для точки затвердевания меди +0,4 К, для точки затвердевания платины –4,1 К, для точки плавления вольфрама +35 К.

Обнаруженные расхождения между МПТШ-68 и термодинамической температурой в настоящее время ещё не привели к созданию новой практической температурной шкалы. Однако Консультативный комитет по термометрии разработал проект усовершенствованной формулировки МПТШ-68, в котором: а) указанные ранее оценочные погрешности определения опорной точки отбрасываются, б) уточняются некоторые вторичные точки отсчёта, в) не рекомендуется использование гелиевой шкалы. Для диапазона от 1 до 30 К планируется временная практическая шкала низких температур, которая должна реализоваться с помощью германиевого термометра сопротивления и базироваться на измерениях с помощью газовых, акустических и магнитных термометров. В дальнейшем предполагается также заменить термоэлемент в качестве нормального измерительного прибора.

9.8.3. Нормальные приборы МПТШ-68

В области температур от 13,81 К до 903,89 К (630,74 °С – точка затвердевания сурьмы) в качестве измерительного средства используют платиновый термометр сопротивления. При 0 °С он обладает сопротивлением от 20 до 30 Ом, При измерении через такой термометр пропускает ток силой от 1 до 2 мА. При определении температуры исходят не из сопротивления $R(T_{68})$, измеренного непосредственно при этой температуре, а из соотношения сопротивлений

$$W(T_{68}) = \frac{R(T_{68})}{R(273,15\text{K})}, \quad (9.40)$$

что значительно устраняет разброс показаний различных термометров. При $t_{68} = 100$ °С это отношение не должно быть меньше 1,39250. Измеренные отношения сопротивления приводятся в соответствие с

температурами МПТШ-68 при помощи интерполяционных формул.

При температурах ниже 0 °С отношение сопротивлений заменяется функцией отсчёта $W_{\text{ККТ}}(T_{68})$ и функцией отклонения $\Delta W(T_{68})$:

$$W(T_{68}) = W_{\text{ККТ}}(T_{68}) + \Delta W(T_{68}). \quad (9.41)$$

Функции отсчёта были установлены Консультативным Комитетом по термометрии (ККТ) для идеального платинового термометра сопротивления; её значения в опорных точках приведены в табл. 9.3.

Функции отсчета идеального платинового термометра сопротивления

Таблица 9.3

Опорная точка	$W_{\text{ККТ}}(T_{68})$
Тройная точка равновесного водорода	0,00141206
Точка кипения равновесного водорода при $p=33330,6$ Па	0,00253444
Точка кипения равновесного водорода	0,00448517
Точка кипения неона	0,01221272
Тройная точка кислорода	0,09197252
Точка кипения кислорода	0,24379909
Тройная точка воды	1
Точка кипения воды	1,39259668

Функция $\Delta W(T_{68})$ описывает отклонение реального платинового термометра сопротивления от идеального отношения сопротивлений; она определяется разложением T_{68} в степенной ряд, который в различных температурных областях, отдалённых друг от друга опорными точками, имеет разную форму.

Для температурных измерений в области от 630,74 °С до 1064,43 °С в качестве измерительного средства применяют платинородиевый термоэлемент (10% Rh-платина). Температуру спая t_{68} (при этом другой спай имеет температуру 0 °С) определяют с помощью термоЭДС $E(t_{68})$ по формуле

$$E(t_{68}) = a + bt_{68} + ct_{68}^2. \quad (9.42)$$

Калибровку осуществляют путём измерения напряжения при температуре 630,74 °С, которая сообщается термометру сопротивления, а также в опорных точках $t = 961,93$ °С (точка затвердевания серебра) и $t = 1064,43$ °С (точка затвердевания золота).

Значения $E(t)$ должны удовлетворять следующим условиям:

1. $E(t_{\text{Au}}) = (10300 \pm 50)$ мкВ.

$$2. E(t_{Au}) - E(t_{Ag}) = 1183 \text{ мкВ} + 0,158(E(t_{Au}) - 10300 \text{ мкВ}) \pm 4 \text{ мкВ}.$$

$$3. E(t_{Au}) - E(630,74 \text{ °C}) = 4766 \text{ мкВ} + 0,631(E(t_{Au}) - 10300 \text{ мкВ}) \pm 8 \text{ мкВ}.$$

При температуре выше 1064,43 °C для определения МПТШ-68 используют формулу излучения Планка. Температура T_{68} определяется отношением плотности излучения чёрного тела, которое имеет эту температуру, к плотности излучения чёрного тела, которое обладает температурой точки затвердевания золота

$$\frac{\frac{dL(\lambda, T_{68})}{d\lambda}}{\frac{dL(\lambda, T_{68}(Au))}{d\lambda}} = \frac{\exp\left[\frac{c_2}{\lambda T_{68}(Au)} - 1\right]}{\exp\left[\frac{c_2}{\lambda T_{68}} - 1\right]}. \quad (9.43)$$

Для точки затвердевания золота (точки золота) установлено значение $T_{68} = 1337,58 \text{ К}$, а для константы излучения – $c_2 = 0,014388 \text{ К} \cdot \text{м}$.

Чёрный излучатель представляет собой объемный графитовый излучатель, который окружён расплавленным и застывающим золотом и отверстие которого мало по сравнению с полной внутренней поверхностью.

Коэффициент излучения должен быть близок к единице. На рисунке 9.15 изображён чёрный излучатель в точке золота, который используется для реализации МПТШ-68. Излучающая полость образована тонкостенной (толщина

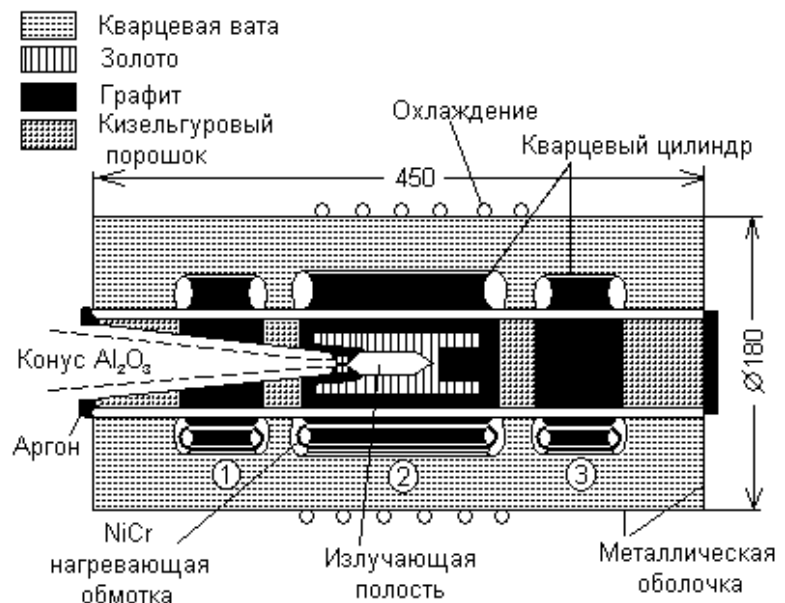


Рис. 9.15

стенки 0,5 мм) графитовой трубкой с излучающим отверстием. Нагревательные блоки 1, 2 и 3 отрегулированы таким образом, чтобы процесс плавления в опорной точке занимал 0,5 часа.

ЛЕКЦИЯ № 10. ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Электрические методы контроля основаны на создании в контролируемом объекте электрического поля. Электрическое поле создается либо непосредственным воздействием на него электрическим возмущением (например, полем электрического тока), либо воздействием возмущений неэлектрической природы (например, тепловым, механическим и др.).

Для измерения электрических величин создан широкий класс электроизмерительных приборов. Наибольшее распространение получили аналоговые электромеханические приборы. Это такие приборы, показания которых являются непрерывной функцией изменений измеряемой величины. Особенно простыми и надежными являются электромеханические показывающие приборы прямого действия. Их точностные характеристики удовлетворяют требованиям технических измерений.

10.1. Уравнение преобразования измерительного механизма электромеханического прибора

В установившемся состоянии положение подвижной части прибора относительно неподвижной можно определить из условия равенства вращающего и противодействующего моментов

$$M_{\text{вр}} = M_{\text{пр}}. \quad (10.1)$$

Вращательный момент связан с потенциальной энергией W подвижной части

$$M_{\text{вр}} = \frac{dW}{d\alpha}, \quad (10.2)$$

где α - угол поворота подвижной части.

Значение вращающего момента зависит от измеряемой величины x и от параметров измерительного механизма λ

$$M_{\text{вр}} = f(x, \lambda). \quad (10.3)$$

Противодействующий момент, создаваемый упругим элементом

$$M_{\text{пр}} = W\alpha, \quad (10.4)$$

где W – удельный противодействующий момент, характеризующий упругие свойства упругого элемента;

α - угол поворота.

Таким образом, в равновесном состоянии

$$f(x, \lambda) = W\alpha.$$

Откуда

$$\alpha = \frac{f(x, \lambda)}{W}. \quad (10.5)$$

Уравнение (10.5) называют уравнением преобразования механизма прибора. Оно связывает показания прибора со значением измеряемой величины. При этом угол α и показания прибора идентичны.

10.2. Магнитоэлектрические приборы

В приборах магнитоэлектрической системы катушка с измеряемым током находится в магнитном поле постоянного магнита (рис. 10.1). В междупольном пространстве магнита создается сильное однородное радиальное магнитное поле. Спиральные пружины 1 создают противодействующий момент и одновременно они подводят измеряющий ток от выходных зажимов в рамку. Для балансировки подвижной части имеются передвигающиеся грузики.

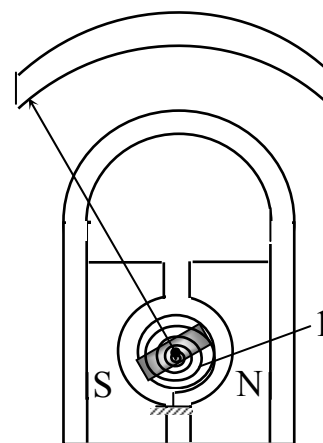


Рис. 10.1

Для получения уравнения преобразования запишем энергию рамки через ее потокосцепление Ψ с постоянным магнитом и силу тока в рамке

$$W = \Psi I = BnIS\alpha, \quad (10.6)$$

где B – магнитная индукция в воздушном зазоре;

I – величина тока;

n – число витков в рамке;

S – площадь рамки;

α – угол поворота рамки.

Для вращательного момента имеем

$$M_{\text{вр}} = \frac{dW}{d\alpha} = \frac{d\Psi}{d\alpha} I = BnSI. \quad (10.7)$$

Подставив в уравнение преобразования, $\alpha = M_{\text{вр}} / W$ будем иметь

$$\alpha = \frac{BnS}{W} I = S_I I. \quad (10.8)$$

где $S_I = \frac{BnS}{W}$ - коэффициент пропорциональности, который называют чувствительностью магнитоэлектрического механизма.

Чувствительность магнитоэлектрического механизма зависит только от конструкции прибора и не зависит от измеряемого тока. Поэтому шкала магнитоэлектрического прибора равномерная.

Магнитоэлектрические приборы относятся к числу наиболее чувствительных и точных. На их работу мало влияют изменение температуры окружающей среды и внешние магнитные поля. Вследствие инерционности магнитоэлектрические приборы реагируют только на постоянную составляющую электрического тока.

10.2.1. Амперметры

Магнитоэлектрическим механизмом, включенным непосредственно в измерительную цепь, можно измерять токи в пределах 20-50 мА. Для измерения больших токов используют шунты, представляющие собой манганиновые резисторы, сопротивление которых мало зависит от температуры.

Сопротивление шунта $R_{ш} \ll R_{и}$, где $R_{и}$ – сопротивление измерительного механизма. Отношение $I/I_{и} = n$, показывает во сколько раз измеряемый ток I превышает допустимое значение $I_{и}$. Сопротивление шунта можно определить из известных соотношений

$$I_{ш} R_{ш} = I_{и} R_{и}; I_{ш} = I - I_{и}. \quad (10.9)$$

Из этих соотношений следует

$$R_{ш} = \frac{R_{и}}{n - 1}. \quad (10.11)$$

10.2.2. Вольтметры

В вольтметрах магнитоэлектрической системы добавочный резистор $R_{доб}$ включают последовательно с измерительной рамкой, что ограничивает ток полного отклонения I до допустимых значений.

Падение напряжения на рамке $U_{и}$ при ее сопротивлении $R_{и}$ не должно превышать десятки милливольт. Остальное падение напряжения должно быть на $R_{доб}$.

Если необходимо получить верхний предел измерения в n раз

превышающий $U_{и}$, то включают добавочный резистор, сопротивление которого вычисляют на основании соотношений

$$U = U_{и} + U_{д} = IR_{и} + IR_{д}$$

$$\frac{U}{U_{и}} = \frac{U}{IR_{и}} = n \quad (10.12)$$

Из уравнений (10.12) следует

$$R_{д} = R_{и}(n - 1). \quad (10.13)$$

Добавочные сопротивления в приборах до 600 В встроены в корпус. При измеряемых напряжениях от 600 до 1500 В используют наружные резисторы.

10.2.3. Омметры

Схема омметра приведена на рисунке 10.2. Ток, протекающий через микроамперметр, зависит от сопротивления рамки R , сопротивления $R_{д}$ и сопротивления R_x , которое измеряют. Так как $R_{и} \ll (R_{д} \text{ и } R_x)$, то можно записать

$$I \approx \frac{\varepsilon}{R_{д} + R_x}. \quad (10.14)$$

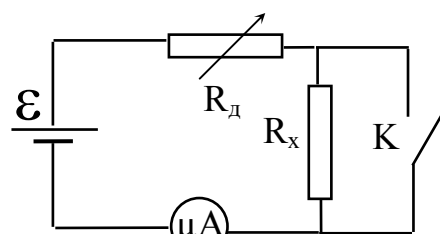


Рис. 10.2

Отклонение указателя прибора

$$\alpha = S_I I \approx \frac{S_I \varepsilon}{R_{д} + R_x}. \quad (10.15)$$

Так как отклонение является функцией от R_x , то шкалу прибора можно проградуировать в единицах измерения сопротивления (в Омах).

Перед каждым измерением ключом K замыкают зажимы R_x и изменением $R_{д}$ устанавливают стрелку на нуль (если это необходимо), что соответствует нулевому значению измеряемого сопротивления R_x .

10.3. Электромагнитные приборы

Принцип действия приборов электромагнитной системы основан на взаимодействии магнитного поля неподвижной катушки с подвижным ферромагнитным сердечником (рис. 10.3). Под действием магнитного поля катушки (1)

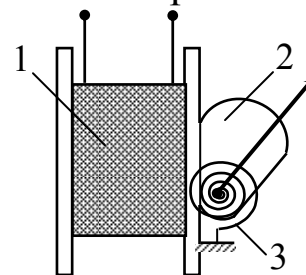


Рис. 10.3

сердечник (2) втягивается внутрь катушки. Поворот подвижной части прекращается, когда вращающий момент, действующий на подвижную систему, уравнивается противодействующим моментом, создаваемым пружиной.

Энергия магнитного поля катушки определяется соотношением

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad (10.16)$$

где L – индуктивность катушки, зависящая от положения сердечника, а, следовательно, и от угла поворота подвижной части;

I – величина тока в катушке.

Вращающий момент связан с энергией

$$M_{\text{вр}} = \frac{\partial W}{\partial \alpha} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial \alpha}. \quad (10.17)$$

С другой стороны $M_{\text{вр}} = M_{\text{пр}}$, где $M_{\text{пр}} = W\alpha$. Таким образом, уравнение преобразования имеет вид

$$\alpha = \frac{1}{2W} \frac{\partial L}{\partial \alpha} I^2. \quad (10.18)$$

В случае протекания по катушке переменного тока необходимо произвести усреднение по времени

$$\alpha = \frac{1}{2W} \frac{\partial L}{\partial \alpha} \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt. \quad (10.19)$$

По определению действующее значение тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt}. \quad (10.20)$$

В этом случае для угла отклонения будем иметь

$$\alpha = \frac{1}{2W} \frac{\partial L}{\partial \alpha} I^2. \quad (10.21)$$

Из уравнения (10.21) следует, что угол поворота подвижной части пропорционален квадрату тока и не зависит от направления тока.

Электромагнитные приборы одинаково пригодны для измерений постоянного и переменного тока. Линейность шкалы может быть обеспечена выбором сердечника специальной формы.

10.4. Резонансный (вибрационный) частотомер

Электромагнитные механизмы лежат в основе изготовления частотомеров для контроля частот 50 и 400 Гц.

Конструкция простейшего частотомера приведена на рисунке 10.4.

На обмотку электромагнита 1 подается напряжение с измеряемой частотой. В поле электромагнита находится якорь 3, скрепленный с планкой 4, на которой укреплен ряд стальных пластин 6 с различными собственными частотами. Пружины 5 позволяют якорю и пластинкам 6 совершать вынужденные колебания с частотой вдвое выше частоты напряжения. При

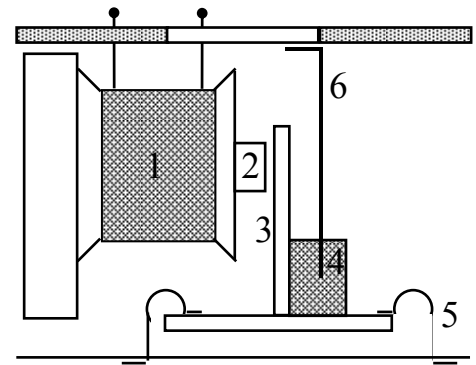


Рис. 10.4

этом наибольшая амплитуда соответствует той пластинке, у которой частота собственных колебаний совпадает с частотой второй гармоники вынужденных колебаний.

Погрешность таких частотомеров составляет около 1%. Недостатки – невозможность использования в условиях воздействия дополнительных колебаний (в условиях вибраций), так как в этом случае возникают паразитные механические вибрации пластинок, что сказывается на показаниях частотомера.

10.5. Электродинамические приборы

Принцип действия электродинамических приборов основан на взаимодействии магнитных полей двух катушек, по которым протекает ток.

Устройство измерительного механизма приведено на рисунке 10.5. Внутри неподвижной катушки 1 может вращаться катушка 2, которая питается током через пружинки, являющиеся одновременно противодействующим элементом. Поворот обусловлен вращающим моментом, вызванным взаимодействием магнитных полей катушек 1 и 2.

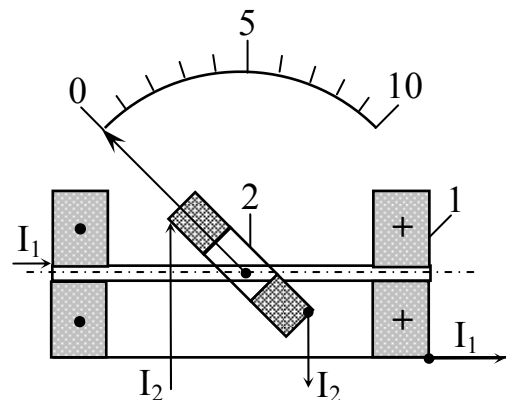


Рис. 10.5

Уравнение преобразования для приборов электродинамической

системы можно получить из следующих соображений. Известно, что выражение энергии катушек с токами имеет вид

$$W = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \Phi I_1 I_2, \quad (10.22)$$

где L_1 и L_2 – индуктивности катушек;

I_1 и I_2 – токи в этих катушках;

Φ – взаимная индуктивность катушек.

От угла поворота подвижной катушки зависит Φ – взаимная индуктивность катушек. Поэтому для вращающего момента можно записать

$$M_{\text{вр}} = \frac{\partial W}{\partial \alpha} = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} I_1 I_2. \quad (10.23)$$

В состоянии равновесия

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} I_1 I_2 = W \alpha, \quad (10.24)$$

где W – удельный противодействующий момент пружины.

Следовательно, уравнение преобразования имеет вид

$$\alpha = \left(\frac{1}{W} \right) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right) I_1 I_2. \quad (10.25)$$

Если по катушкам протекают переменные токи

$$i_1(t) = i_{01} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) \text{ и } i_2(t) = i_{02} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2),$$

то для угла отклонения получим

$$\alpha = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{W} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} i_1(t) i_2(t) \cdot dt = \frac{1}{W} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} I_1 I_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (10.26)$$

где I_1 и I_2 – действующие значения токов в катушках.

При работе на переменном токе перемещение подвижной части механизма зависит не только от токов I_1 и I_2 в катушках, но и от сдвига фаз между этими токами. Это дает возможность использовать приборы электродинамической системы не только как амперметры и вольтметры, но и в качестве ваттметров.

В амперметрах (до 0,5 А) используют последовательное соединение катушек. При этом $I_1 = I_2 = I$, $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ и уравнение преобразования сводится к виду

$$\alpha = \left(\frac{1}{W} \right) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right) I^2, \quad (10.27)$$

т.е. при условии $\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = \text{const}$ угол поворота стрелки квадратично зависит от тока, протекающего в катушках. Шкала неравномерна. Она сжата на начальном участке и растянута на конечном ее участке. Это создает неудобства в работе. Для приближения шкалы к линейной шкале, подбирают расположение и форму катушек таким образом, чтобы производная $\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}$ как можно меньше зависела от угла между подвижной и неподвижной катушками. Это позволяет делать шкалу практически линейной за исключением начального участка, составляющего пятую часть от всей шкалы.

В амперметрах (до 10 А) используют параллельную схему включения катушек $I_1 = k_1 I$ и $I_2 = k_2 I$. При этом разность фаз $(\varphi_1 - \varphi_2) \approx 0$ за счет подбора индуктивностей в цепях катушек. Таким образом, получают квадратичность преобразования и равномерность шкалы.

В вольтметрах электродинамической системы катушки включаются последовательно, ток через них ограничивается добавочным резистором R_d . Уравнение преобразования вольтметра имеет вид

$$\alpha = \left(\frac{1}{W} \right) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right) \frac{U^2}{R^2}, \quad (10.28)$$

где R – общее сопротивление прибора.

Изменением $\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}$ добиваются почти равномерной шкалы.

В конструкции ваттметров используют факт наличия в уравнении преобразования произведения токов в катушках. Схема соединения катушек ваттметра и его включения в цепь для измерения мощности, потребляемой нагрузкой Z_n , приведена на рисунке 10.6.

Ток I_1 в неподвижной катушке равен току нагрузки, а ток I_2 в подвижной катушке пропорционален приложенному напряжению

$$I_2 = \frac{U}{R_d + r}, \quad (10.29)$$

где r – сопротивление подвижной катушки.

Тогда уравнение преобразования для ваттметра принимает вид

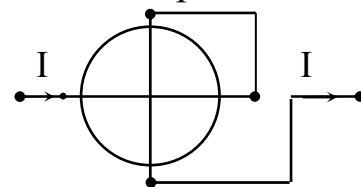


Рис. 10.6

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \left(\frac{1}{W} \right) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right) I_1 J_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \\
 &= \frac{1}{W(R_d + r_2)} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} J_H U \cdot \cos \varphi = , \quad (10.30) \\
 &= \frac{1}{W(R_d + r_2)} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} P
 \end{aligned}$$

где φ - угол сдвига фаз между приложенным напряжением U и током I_H ;

P – активная мощность нагрузки.

Таким образом, уравнение преобразования электродинамического ваттметра имеет линейный характер

$$\alpha = \frac{1}{W(R_d + r_2)} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} P. \quad (10.31)$$

Диапазон измеряемых мощностей таких преобразователей – от долей ватта до нескольких киловатт.

Ферродинамические приборы по существу являются разновидностью электромеханических приборов. Для увеличения чувствительности катушка снабжена магнитомягким сердечником – магнитопровод, между полюсами которого размещается подвижная катушка.

Погрешности электродинамических приборов обусловлены температурным влиянием, влиянием внешних магнитных полей. Возникают частотные погрешности при увеличении частоты измеряемой величины до нескольких сотен герц. Эти погрешности связаны с ростом индуктивного сопротивления, которое приводит к уменьшению вращающего момента.

10.6. Электростатические приборы

Принцип действия электростатических приборов основан на взаимодействии электрически заряженных проводников. Одна из конструкций такого механизма приведена на рисунке 10.7. Подвижная алюминиевая пластина, закрепленная на оси вместе со стрелкой, взаимодействует с неподвижными пластинами. Зажимы соединены с подвижной и неподвижными пластинами. Втягивание подвижной

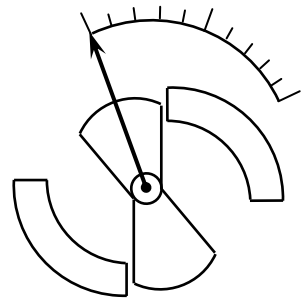


Рис. 10.7

пластины в зазор пластин прекращается при равенстве моментов сил

$$M_{\text{вр}} = M_{\text{пр}}. \quad (10.32)$$

Энергия электрического поля в измерительном конденсаторе

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad (10.33)$$

где C – взаимная емкость пластин, зависящая от их взаимного расположения;

U – измеряемое напряжение.

Для вращательного момента имеем

$$M_{\text{вр}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} \frac{\partial C}{\partial \alpha} U^2. \quad (10.34)$$

Как известно противодействующий момент $M_{\text{пр}} = W\alpha$. Из уравнений (10.34) получим уравнение преобразования электростатического прибора

$$\alpha = \frac{1}{2W} \frac{\partial C}{\partial \alpha} U^2. \quad (10.35)$$

Из формулы (10.35) следует, что показания прибора не зависят от полярности подключения.

Для переменного тока следует произвести усреднение показаний по времени

$$\alpha = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2W} \frac{\partial C}{\partial \alpha} U^2(t) \cdot dt = \frac{1}{2W} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \int_0^T U^2(t) \cdot dt = \frac{1}{2W} \cdot \frac{\partial C}{\partial \alpha} \cdot U^2, \quad (10.36)$$

где $U(t)$ – мгновенное значение измеряемого напряжения;

U – действующее значение напряжения;

T – период времени, за который производится усреднение.

Таким образом, квадратичность уравнения преобразования (при $\frac{\partial C}{\partial \alpha} = \text{const}$) сохраняется и на переменном токе. Линеаризацию шкалы достигают специальной формой пластин.

Приборы электростатической системы используются в высокоомных цепях для измерения напряжений при частотах от нескольких герц до мегагерц. Применение емкостных делителей позволяет увеличить верхний предел измерения до нескольких киловольт. Схема емкостного делителя приведена на рисунке 10.8.

Коэффициент деления

$$k = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad (10.37)$$

обеспечивает увеличение верхнего предела измерений вольтметра в $\frac{1}{k} = \frac{C_2}{C_1 + 1}$ раз.

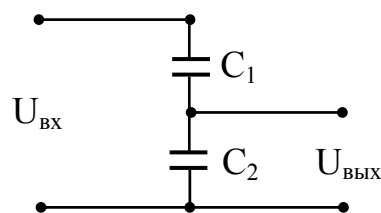


Рис. 10.8

Недостатком приборов электростатической системы является невысокая точность, низкая чувствительность, зависимость показаний от внешних электрических полей.

10.7. Электронно-лучевой осциллограф

Осциллограф предназначен для наблюдения, регистрации и измерения параметров исследуемого сигнала, как правило, напряжения, зависящего от времени. Он может также использоваться для исследования неэлектрических процессов при условии, что последние преобразуются в электрические сигналы.

Основным узлом электронно-лучевого осциллографа является электронно-лучевая трубка (ЭЛТ), схема которой приведена на рисунке 10.9.

Источником электронов является оксидный катод 1 с подогревателем 2.

Число электронов, из которых формируется узкий пучок, регулируется отрицательным потенциалом, подаваемым на модулятор 3 относительно катода. При уменьшении этого потенциала яркость луча возрастает. Дальнейшее формирование пучка происходит под воздействием напряжений, приложенных к двум анодам 4, один из которых является ускоряющим, а другой фокусирующим.

На рисунке 10.10 в качестве примера изображено распределение потенциала в поле, образованном ускоряющим и фокусирующим анодами.

Потенциал первого из них равен 1000 В, а потенциал ускоряющего – 4600 В. Эквипотенциальные поверхности представлены сплошными

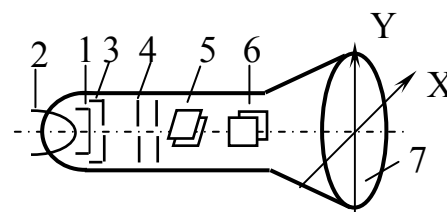


Рис. 10.9

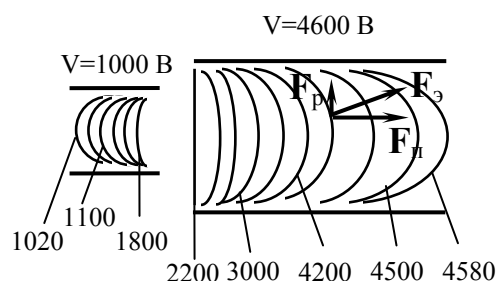


Рис. 10.10

линиями, на которых указаны соответствующие им потенциалы. Силовые линии (не изображены) всюду перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям. Вблизи оси цилиндров они параллельны оси, поэтому электроны могут двигаться внутри этого канала, не сталкиваясь с препятствиями. При движении электронов под углом к оси системы на них действует сила F_z , радиальная составляющая (F_p) которой фокусирует электроны в направлении перпендикулярном к оси. Изменяя потенциал фокусирующего анода, добиваются фокусировки пучка.

Сфокусированный пучок проходит между двумя парами взаимно перпендикулярных отклоняющих пластин 5, 6 (рис. 10.9). Отклонение луча пластинами пропорционально приложенному напряжению: $h_x = S_x U_x$; $h_y = S_y U_y$, где S_x и S_y - чувствительности трубки, мм/В, U_x и U_y - напряжения на пластинах X и Y соответственно.

Основной функцией осциллографа является отображение формы исследуемого напряжения на экране. Отображение достигается перемещением луча в вертикальном и горизонтальном направлениях. К пластинам Y прикладывают исследуемое напряжение, а к пластинам X - пилообразное (напряжение развертки). Если $U_y = 0$, а $U_x \neq 0$ (рис. 10.11a). Тогда на

экране луч осуществляет прямой и обратный ход (прямая линия вдоль оси X). Если одновременно к пластинам Y приложить исследуемое напряжение, то в каждый момент времени положение этого луча будет соответствовать значению этого напряжения (рис. 10.11б).

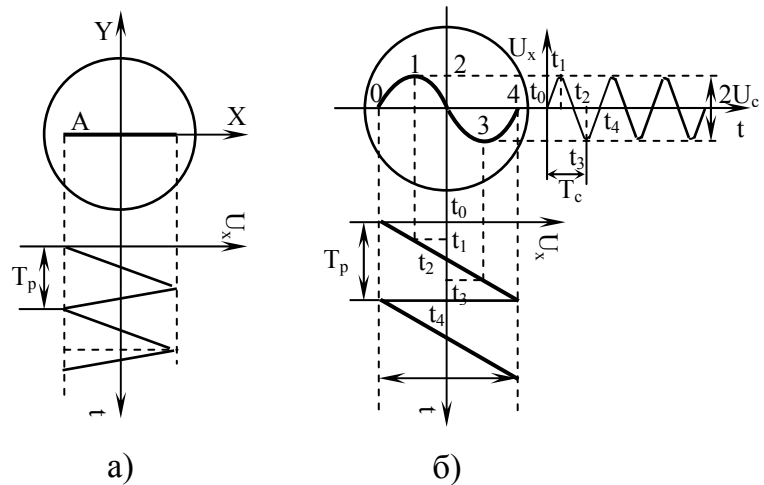


Рис. 10.11

При равенстве периодов развертки и исследуемого напряжения $T_p = T_c$ изображение на экране неподвижно. Оно будет неподвижным и в более общем случае $T_p = n \cdot T_c$, где n - целое число. На осциллографе представляется n периодов исследуемого напряжения. Если же

периоды не кратны друг другу, т.е. n не равно целому числу, то кривые, прочерчиваемые лучом в течение каждого периода, не повторяют друг друга. Возникает эффект бегущего изображения или же экран будет заполнен семейством сдвинутых относительно друг друга кривых. Выполнение условия $T_p = nT_e$ достигается синхронизацией.

10.8. Сверхпроводящие измерительные датчики

Новые возможности для высокоточных измерений открылись в связи с освоением эффекта Джозефсона.

Сущность этого эффекта заключается в явлениях, сопровождающих протекание сверхпроводящего тока (через контакт Джозефсона) через тонкий слой ($1 \cdot 10^{-9}$ м) диэлектрика, разделяющего два сверхпроводника (рис. 10.12).

Согласно теории сверхпроводимости, сверхпроводящий ток это поток спаренных электронов. В пары объединяются электроны с противоположными импульсами и спинами. При наложении внешнего поля пары электронов движутся в направлении поля со скоростью $\langle v \rangle = (v_1 + v_2)/2$. Расстояние между электронами в парах 10^{-6} м. Каждая пара, взаимодействуя со всеми остальными, движется строго согласованно. Это приводит к импульсной упорядоченности, при которой электронные пары имеют один и тот же импульс. Это означает, что все пары имеют одну и ту же длину волны $\lambda = \frac{h}{p}$.

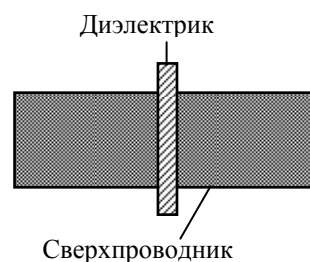


Рис. 10.12

Строгая корреляция пар приводит к тому, что состояние всех пар в данном сверхпроводнике характеризуется единой волновой функцией $\Psi = |\Psi| e^{i\varphi}$.

Эта функция описывает распространение волн, связанное с движением частиц. Волновая функция как всякая волна имеет амплитуду и фазу. Все пары находятся в одном состоянии. Они согласованы по всем параметрам, в том числе и по фазам.

Фаза данного сверхпроводника является неопределенной. Однако между двумя сверхпроводниками существует вполне определенная разность фаз в пределах от 0 до 360° . При достаточном сближении сверхпроводников их волновые функции в области зазора на-

чинаются перекрываться. Зазор становится туннельным контактом. Начинается обмен парами между сверхпроводниками. Интенсивность и направление обмена определяется разностью фаз между этими системами.

До Джозефсона считали, что коррелированного туннелирования электронных пар наблюдать невозможно. Джозефсон показал, что благодаря особым свойствам сверхпроводящего состояния вероятность туннелирования пар, такая же, как и для отдельных электронов.

Туннелирование сверхпроводящего тока описывается двумя уравнениями

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e}{h} v(t); \quad (10.38)$$

$$I_s = I_c \cdot \sin\varphi. \quad (10.39)$$

Из уравнения (10.38) следует, что скорость изменения φ пропорциональна мгновенному значению напряжения на туннельном барьере.

Из уравнения (10.39) следует, что сверхпроводящий ток через туннель $I_s = 0$ при $\varphi = 0$ и $I_s = I_c$ при $\varphi = \pi/2$.

В уравнение (10.39) не входит напряжение на контакте. При заметной разнице фаз ток пойдет без напряжения (стационарный эффект Джозефсона).

Вертикальная черта при $U = 0$ (рис. 10.13) это ток без напряжения, предсказанный соотношением Джозефсона (1963г.).

Из уравнений туннелирования тока следует, что при напряжении $U = \text{const}$ разность фаз φ линейно нарастает со временем, проходя ряд периодических значений. В свою очередь из второго уравнения следует, что при этом сверхпроводящий ток будет изменяться синусоидально, т.е. через контакт будет идти высокочастотный переменный ток (несанкционированный эффект Джозефсона). Энергия двух куперовских пар по обе стороны перехода отличается на величину

$$\Delta W = 2eU, \quad (10.40)$$

где $2e$ - заряд пары.

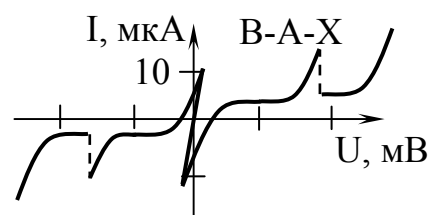


Рис. 10.13

Именно такую энергию получит пара от источника при переходе через слой диэлектрика. В обычном металле эта энергия ушла бы на преодоление сопротивления. Для сверхпроводящего тока таких затрат нет. Полученная парой порция энергии $\Delta W = 2eU$ излучается в виде кванта

$$h\nu = 2eU. \quad (10.41)$$

Из уравнения (10.41) имеем

$$\nu = \frac{2eU}{h}. \quad (10.42)$$

При $U = 1$ мВ частота переменного тока равна $4,85 \cdot 10^{11}$ Гц ($\lambda = 3,9$ мм).

Контакты Джозефсона используют для воспроизведения с наивысшей точностью эталона напряжения 1 В.

Для этого контакт охлаждают до температур равных единицам градусов по Кельвину и помещают его в высокочастотное переменное поле. В результате наложения поля переменного тока контакта и внешнего высокочастотного поля на регистрирующем приборе возникает система равноотстоящих вертикальных ступеней. Ступени представляют собой дополнительный постоянный джозефсоновский ток, который возникает всякий раз, когда частота джозефсоновского излучения становится кратной частоте внешнего поля (рис. 10.14).

Размер ступени $U_{\text{ст}}$ не зависит от внешних условий и состава вещества контакта и определяется выражением

$$U_{\text{ст}} = \frac{nh\nu}{2e}, \quad (10.43)$$

где n - номер ступени.

В эталоне напряжения частота поля составляет около 10 ГГц, так что размер одной ступени $U_{\text{ст}} = 20$ мкВ. Такое напряжение трудно измерять, поэтому используют около 100 ступеней. Существует возможность последовательного соединения контактов, при которой протяженность первой ступени увеличивается пропорционально числу контактов.

Среднее квадратичное отклонение эталона составляет $5 \cdot 10^{-8}$.

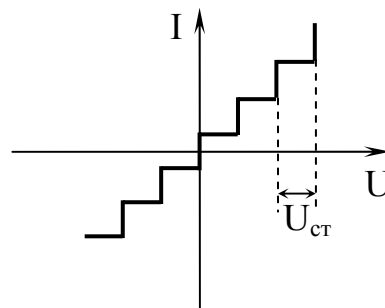


Рис. 10.14

ЛЕКЦИЯ № 11. ПРИМЕНЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА В КАЧЕСТВЕ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ

11.1. Магнитные домены

Наиболее важными и широко используемыми в машиностроении металлическими материалами являются, стали и чугуны. В их производство и обработку активно внедряют средства и методы магнитного и электромагнитного контроля. В основе этих методов лежит зависимость магнитных свойств от изменений структуры в процессе обработки.

В ферромагнетиках магнитные моменты отдельных атомов, а не орбитальные магнитные моменты, которые не имеют отношения к ферромагнетизму, в пределах заметных объемов ориентированы в одном направлении.

Отсутствие вклада в ферромагнитные свойства ферромагнетиков орбитальных магнитных моментов объясняется тем, что согласно принципу Паули электроны в атоме распределяются слоями, причем в заполненных слоях число электронов четное, а, следовательно, для заполненного слоя орбитальные магнитные моменты попарно компенсируются

$$\sum \vec{p}_{m_i} = 0. \quad (11.1)$$

Аналогично компенсируются спиновые магнитные моменты

$$\sum \vec{p}_{s_i} = 0. \quad (11.2)$$

Таким образом, заполненные слои не вносят вклада в ферромагнетизм.

В случае незаполненных слоев спиновые магнитные моменты \vec{p}_{s_i} не компенсируются. Например, у элементов группы железа Fe, Ni, Co недозаполнен 3d-слой. Эти элементы являются ферромагнетиками.

В решетке ферромагнетиков атомы сильно взаимодействуют через электроны внешних оболочек, которые перекрываются и атомы обмениваются электронами; возникают обменные силы и связанная с ними энергия обменного взаимодействия. Энергия обменного взаимодействия минимальна в случае, когда спины электронов соседних атомов параллельны. При этом их магнитные моменты складываются, что приводит к спонтанному намагничиванию в пределах микрообластей размером $\sim 10^{-2}$ см. Такие самопроизвольно намагниченные микрообласти в ферромагнетиках называют магнитными доменами.

Образование больших областей ($>10^{-2}$ см) с одинаково направленными спинами невыгодно, потому что увеличивает магнитную энергию. Домены, расположенные рядом, действуют друг на друга как магнитные стрелки, направленные в одну сторону одноименными полюсами. Энергия магнитного взаимодействия будет минимальной, если стрелки будут образовывать замкнутые магнитные цепи (рис. 11.1).

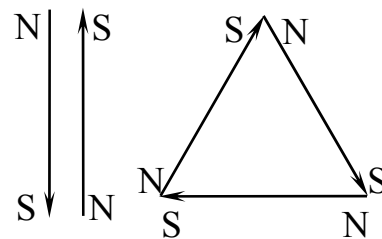
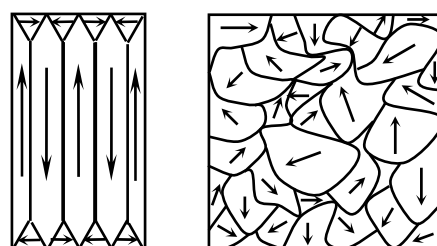


Рис. 11.1

В монокристаллах имеются направления легчайшего намагничивания, и домены имеют правильную форму (рис 11.2а).

В поликристаллах форма доменов зависит от случайного расположения отдельных монокристалликов (рис. 11.2б).



а)

б)

Без внешнего поля ($H = 0$) в целом нет преимущественной намагниченности ни в монокристаллах, ни в поликристаллах.

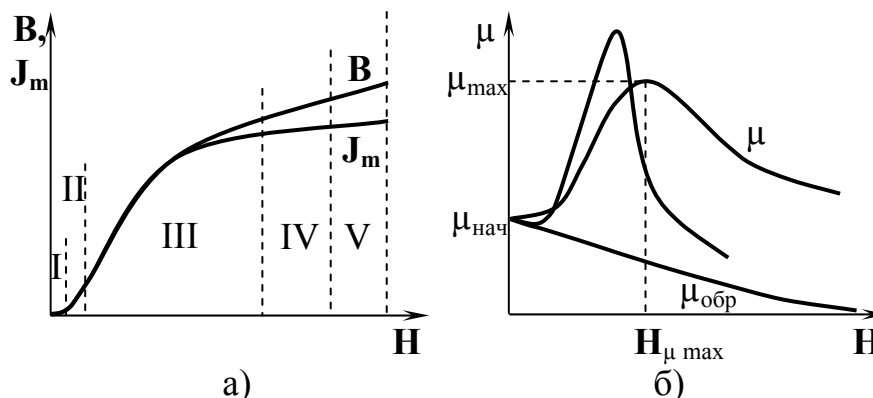
Рис. 11.2

11.2. Намагничивание ферромагнетиков

В размагниченном состоянии, несмотря на намагниченность доменов, суммарный магнитный момент равен нулю. Под действием внешнего поля магнитные моменты доменов ориентируются вдоль поля, и ферромагнетик приобретает суммарный магнитный момент, отличный от нуля. Зависимость намагниченности J_m от величины внешнего поля H называют кривой намагниченности (рис. 11.3) при этом

$$J_m = \chi H, \quad (B = \mu_a H), \quad (11.3)$$

где μ_a - абсолютная магнитная проницаемость.



а)

б)

Рис. 11.3

На практике пользуются относительной магнитной проницаемостью

$$\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}.$$

Кривую намагничивания можно разбить на пять участков (рис. 11.3а).

Участок 1 характеризуется постоянной магнитной проницаемостью

$$\mu_{\text{нач}} = \frac{B}{\mu_0 H} = \text{const} \quad (\chi_H = \frac{J_m}{H} = \text{const}). \quad (11.4)$$

Намагничивание на этом участке достигается за счет обратимого упругого смещения доменных границ.

На участке 2 намагничивание происходит с необратимостью смещения доменных границ (закон Рэлея)

$$J = \chi_H H + b H^2, \quad (11.5)$$

где b – коэффициент Рэлея.

Второе слагаемое учитывает необратимые процессы при намагничивании.

Участок 3 характеризуется высоким значением магнитной проницаемости (восприимчивости). Намагниченность меняется большими скачками, вызванными необратимым смещением доменных границ.

На участке 4 магнитная проницаемость постепенно уменьшается. Намагничивание осуществляется за счет вращения векторов спонтанной намагниченности в направлении внешнего магнитного поля. Работа по повороту векторов затрачивается против энергии кристаллографической анизотропии. Для участка 4 справедлив закон приближения к насыщению

$$J = J_s \left(1 - \frac{A}{H} - \frac{B}{H^2} - \frac{C}{H^3} - \dots \right) + \chi_H H, \quad (11.6)$$

где J_s – намагниченность насыщения;

χ_H – магнитная восприимчивость процесса;

$A, B, C \dots$ – коэффициенты определяющие вклад различных структурных факторов, влияющих на процесс намагничивания.

На участке 5 процессы смещения и вращения магнитных доменов закончены. Незначительное намагничивание связано с дополни-

тельной ориентацией спиновых магнитных моментов в направлении поля.

Характер процессов намагничивания отражает зависимость магнитной проницаемости от напряженности внешнего поля (рис. 11.3б). Значение начальной магнитной проницаемости

$$\mu_{\text{нач}} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{H}. \quad (11.7)$$

Измерение $\mu_{\text{нач}}$ затруднено, т.к. проводится в очень слабых полях. С ростом поля магнитная проницаемость достигает значения μ_{max} и далее убывает. Если увеличить поле на ΔH , то индукция магнитного поля возрастает на ΔB . Предел отношения $\Delta B / \Delta H$ называют дифференциальной магнитной проницаемостью

$$\mu_{\text{диф}} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta H}. \quad (11.8)$$

Дифференциальная магнитная проницаемость наиболее сильно изменяется в полях, соответствующих участку 3.

Размагничивание достигается либо нагревом выше температуры Кюри, либо циклическим перемагничиванием с плавно убывающей амплитудой магнитного поля (рис. 11.4).

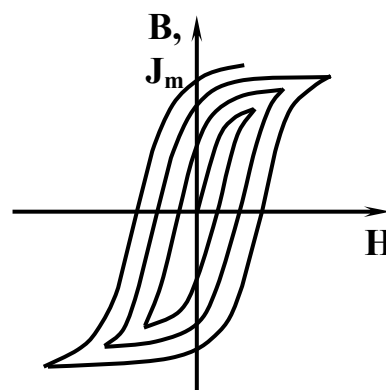


Рис. 11.4

11.3. Магнитный гистерезис

Намагниченность достигает насыщения, и дальнейшее увеличение поля H оставляет намагниченность J без изменения. Увеличение результирующей индукции магнитного поля B_p в магнетике обусловлено только лишь ростом величины напряженности магнитного поля H .

В очень сильных внешних магнитных полях можно пренебречь величиной намагниченности J и тогда $B \approx H$, следовательно $\mu \approx 1$.

Если после достижения насыщения начать уменьшать внешнее поле, то изменение индукции магнитного поля B происходит с запаздыванием (не следует по прежней кривой) (рис 11.5).

При достижении величины $H \rightarrow 0$ в намагниченном образце остается остаточная намагниченность B_r . Остаточная намагниченность обусловлена доменами, не успевшими (в силу необратимости) разориентироваться. Ликвидировать остаточную намагниченность можно лишь приложив поле H_c обратного знака.

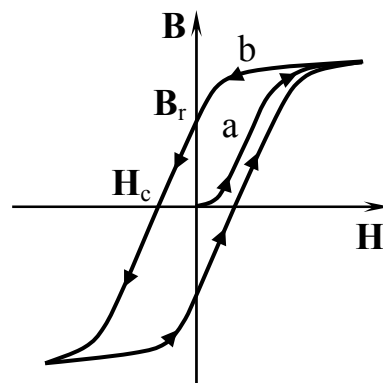


Рис. 11.5

Дальнейшее увеличение H в обратном направлении опять ведет к насыщению. При последующем уменьшении поля и перемене знака H магнитная индукция следует по самой нижней кривой.

Полный цикл перемагничивания дает петлю, называемую петлей гистерезиса. Можно показать, что площадь этой петли пропорциональна теплу, выделяющемуся в образце при совершении цикла перемагничивания.

Гистерезис в сильной мере зависит от предшествующей обработки. Например, для отожженного железа гистерезис выражен слабо и петля гистерезиса очень узкая. У закаленной стали гистерезис значителен.

11.4. Измерение магнитных параметров

Основными величинами, характеризующими магнитное поле, являются магнитный поток, магнитная индукция и напряженность магнитного поля. Измеряемые магнитные величины обычно предварительно преобразуются в электрические величины, более удобные для измерения. Преобразователи строятся на основе явлений электромагнитной индукции, ядерного магнитного резонанса, гальваномагнитного и некоторых других явлений.

11.4.1. Индукционный преобразователь

Известно, что при изменении сцепленного с замкнутым контуром магнитного потока, в нем возникает ЭДС электромагнитной индукции, которая определяется формулой

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}, \quad (11.9)$$

где N — число витков в катушке.

Катушка (рис. 11.6) выполняет роль преобразователя магнитной величины в электрическую величину. При этом витки измерительной катушки должны быть сцеплены лишь с измеряемым магнитным потоком. Для изменения магнитного потока можно записать

$$d\Phi = -\frac{1}{N} \mathcal{E} \cdot dt. \quad (11.10)$$

Проинтегрировав выражение (11.10) для изменения магнитного потока получим

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{1}{N} \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E} \cdot dt. \quad (11.11)$$

Уравнение (11.11) означает, что по изменению потока за время $\Delta t = t_2 - t_1$ можно определить ЭДС электромагнитной индукции за указанный интервал времени.

В магнитных измерениях для этих целей используют баллистический гальванометр. Измерительная цепь представлена на рисунке 11.7.

Катушка с числом витков N и сопротивлением R_k подключается к баллистическому гальванометру, рамка которого имеет сопротивление R_r . Катушку помещают сначала в измеряемый магнитный поток плоскостью перпендикулярно к полю. Затем катушку быстро выносят из области магнитного поля. Возникающий импульс ЭДС уравнивается суммой падений напряжений в цепи

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt}, \quad (11.12)$$

где $R = R_k + R_r$ – активное сопротивление цепи;

i – мгновенное значение силы тока;

L – индуктивность.

Интегрируя формулу (11.12) для изменения магнитного потока имеем

$$\Delta\Phi = \Phi_2(t) - \Phi_1(t) = -\frac{R}{N} \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt - \frac{L}{N} \int_{t_1}^{t_2} di = -\frac{R}{N} [q_2 - q_1] - \frac{L}{N} [i_2 - i_1], \quad (11.13)$$

где q – электрический заряд, прошедший через гальванометр.

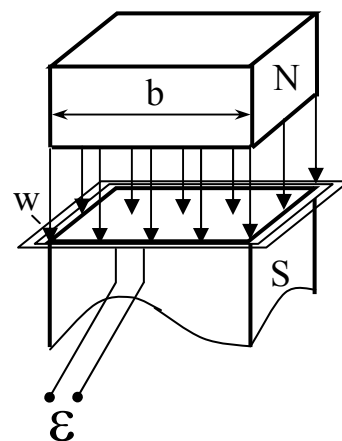


Рис. 11.6

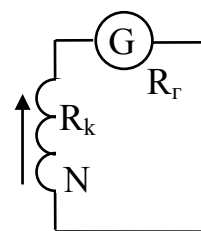


Рис. 11.7

Используя начальные и конечные условия $\Phi_1=\Phi$; $\Phi_2=0$; $q_1=0$; $q_2=q$; $i_1=0$; $i_2=0$, получим

$$\Delta\Phi = \Phi = \frac{R}{N}q. \quad (11.14)$$

Поскольку первый отброс α указателя баллистического гальванометра связан с протекшим зарядом соотношением

$$\alpha = Sq, \quad (11.15)$$

то

$$\Phi = \frac{R}{SN}\alpha = \frac{C_\Phi}{N}\alpha, \quad (11.16)$$

где C_Φ – постоянная гальванометра по магнитному потоку (цена деления), которая определяется экспериментально.

Относительная погрешность измерения магнитного потока при помощи баллистического гальванометра составляет десятые доли процента.

При измерении магнитного потока магнитоэлектрическим веберметром в качестве первичного преобразователя также служит измерительная катушка. Технология измерительного процесса адекватна рассмотренному выше и формула для подсчета потока имеет такой же вид. В качестве величины C_Φ берут цену деления шкалы веберметра. Веберметр более удобен при измерениях, но его чувствительность и точность уступают измерениям на основе баллистического гальванометра.

Баллистические гальванометры и веберметры можно использовать для определения магнитной индукции B и напряженности постоянного магнитного поля H исходя из взаимосвязи между этими величинами и магнитным потоком

$$B = \frac{\Phi}{S_k}, \quad H = \frac{\Phi}{\mu_0 S_k}, \quad (11.17)$$

где S_k – площадь витка измерительной катушки;

μ_0 – магнитная постоянная.

11. 4.2. Гальваномангнитные преобразователи

11.4.2.1. Датчики Холла.

Эффект Холла заключается в возникновении ЭДС на боковых гранях помещенной в магнитное поле полупроводниковой пластинки, если по ней протекает ток.

Пусть по пластинке, имеющей форму параллелепипеда (рис. 11.8), протекает электрический ток.

На противоположных гранях, параллельных направлению тока, можно найти две точки А и D, лежащие на одной эквипотенциальной поверхности. Без магнитного поля напряжение между этими точками $U = 0$. Если же пластинку поместить в магнитное поле, у которого вектор \vec{B} перпендикулярен направлению тока и боковым граням образца, то между точками А и D возникает напряжение $U \neq 0$. Причиной возникновения напряжения является сила Лоренца

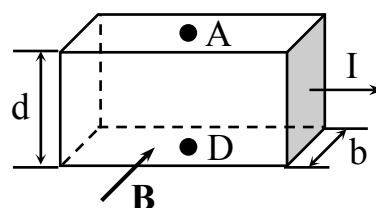


Рис. 11.8

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (11.18)$$

где q - заряд носителя;

\vec{B} - магнитная индукция;

\vec{v} - скорость носителя.

Под действием силы Лоренца носители заряда (электроны) будут смещаться. При этом на верхней и нижней гранях появятся заряды противоположного знака. В пластинке возникнет поперечное электрическое поле.

Смещение зарядов будет продолжаться до тех пор, пока сила поперечного электрического поля, действующая на заряд, не уравновесит силу Лоренца

$$\vec{F}_E = \vec{F}_L, \quad (11.19)$$

где $\vec{F}_E = q\vec{E}$ - сила, действующая на заряд со стороны электрического поля.

В численном виде имеем

$$Eq = qvB. \quad (11.20)$$

Учитывая, что плотность тока $j = q \cdot n \cdot v$, формулу (11.20) можно записать так

$$Eqn = jB \quad (11.21)$$

откуда напряженность электрического поля

$$E = \frac{1}{qn} jB. \quad (11.22)$$

С другой стороны известно, что напряженность электрического поля связана с разностью потенциалов соотношением

$$E = \frac{U}{d}. \quad (11.23)$$

Из сопоставления уравнений (11.22) и (11.23) для разности потенциалов получим

$$U = \frac{d}{qn} jB. \quad (11.24)$$

С учетом того, что $j = \frac{I}{S} = \frac{I}{bd}$ окончательно для разности потенциалов (ЭДС Холла) имеем

$$U = \frac{1}{qn} \frac{IB}{d} = R_z \frac{IB}{d}, \quad (11.25)$$

где $R_z = \frac{1}{qn}$ - коэффициент (постоянная) Холла.

Из соотношения (11.25) для индукции магнитного поля получим

$$B = \frac{dnq}{I} U = \frac{d}{R_z I} U. \quad (11.26)$$

Из выражения (11.26) видно, что при постоянных значениях I и d , определив значение U , можно определить величину индукции магнитного поля.

Схематическое устройство прибора для измерения магнитной индукции с датчиком Холла представлено на рисунке 11.9.

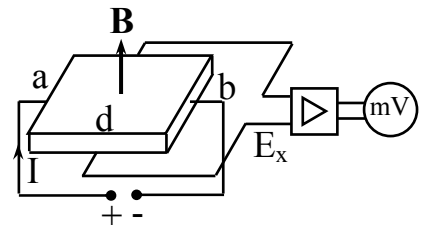


Рис. 11.9

Достоинством приборов на основе как постоянных, так и переменных магнитных полей, хорошее пространственное разрешение благодаря малым размерам преобразователей.

Недостатком является большая зависимость ЭДС Холла от температуры. Основная погрешность составляет десятые доли процента. Диапазон измерений от сотых долей до единиц Тесла.

11.4.2.2. Преобразователи на основе ядерного магнитного резонанса

Ядерный магнитный резонанс это явление избирательного поглощения электромагнитной энергии веществом, обусловленное ядерным парамагнетизмом. Его наблюдают, если на образец дейст-

вуют взаимно перпендикулярные магнитные поля: сильное постоянное \vec{H}_0 и слабое радиочастотное \vec{H}_1 с частотой 10^6 - 10^7 Гц.

Большинство атомных ядер имеют собственный момент количества движения

$$\vec{L} = \vec{J}\hbar, \quad (11.27)$$

где \vec{J} - характерное для каждого сорта частиц целое (в том числе нулевое) или полуцелое положительное число, называемое спиновым квантовым числом;

\hbar - постоянная Планка.

Магнитный момент ядра равен

$$\vec{\mu} = \gamma\vec{L} = \gamma\hbar\vec{J} = g\beta\vec{J}, \quad (11.28)$$

где γ - гиромагнитное отношение;

g – ядерный фактор, который определяется структурой ядра;

$\beta = \frac{e\hbar}{m_p c}$ - ядерный магнетон;

m_p и e – масса и заряд протона.

Магнитный момент ядра $\vec{\mu}$ примерно в 10^3 раз меньше электронных моментов.

В магнитном поле \vec{H}_0 на магнитный диполь действует вращательный момент, равный

$$\vec{M} = [\vec{\mu} \times \vec{H}_0]. \quad (11.29)$$

Действие вращательного момента приводит к прецессии вектора $\vec{\mu}$ вокруг направления \vec{H}_0 с частотой

$$\omega_0 = \gamma H_0. \quad (11.30)$$

Угол ϕ между векторами $\vec{\mu}$ и \vec{H}_0 остается неизменным (рис. 11.10).

Прецессия порождает переменный магнитный момент $\mu \cdot \sin \phi$, вращающийся в плоскости, перпендикулярной \vec{H}_0 . Высокочастотное поле \vec{H}_1 , вращающееся в той же плоскости с частотой ω , взаимодействует с моментом $\vec{\mu}$. Взаимодействие становится заметным, если частота ω близка к частоте ω_0 , а направление вращения $\vec{\mu}$ и \vec{H}_0 оди-

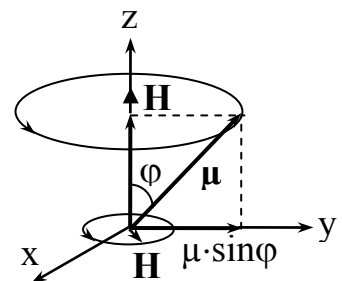


Рис. 11.10

наково. При $\omega = \omega_0$ наступает резонанс.

Если образец из материала, ядра которого имеют магнитный момент, поместить в измеряемое поле с напряженностью H_0 и, кроме того, воздействовать на него переменным высокочастотным магнитным полем с напряженностью H , то при некотором значении частоты ω возникает резонансное поглощение высокочастотной энергии образцом.

Принцип измерения напряженности магнитного поля при помощи ЯМР-преобразователей иллюстрируется на рисунке 11.11.

Образец (ампула с водой) помещен внутрь катушки, в которой высокочастотный генератор G возбуждает магнитное поле с индукцией B . Плавное изменение частоты генератора позволяет установить частоту ω , при которой имеет место резонансное поглощение высокочастотной энергии ядрами вещества. В момент резонанса напряжение на зажимах катушки K уменьшается, что фиксируется на экране осциллографа. Резонансная частота измеряется цифровым частотомером H_z . Погрешность измерения теслометров с ЯМР-преобразователями не превышает $10^{-4} \%$, а диапазон измерений составляет 10^{-5} - 10^2 Тл.

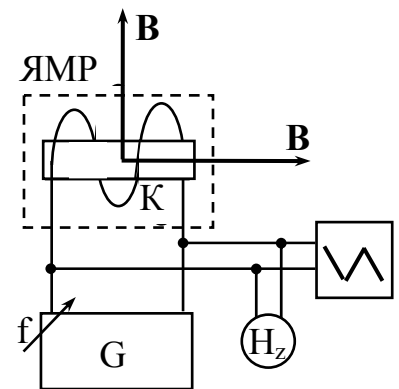


Рис. 11.11

11.5. Сверхпроводящий квантовый интерференционный детектор

11.5.1. Квантование магнитного потока

Если кольцо из сверхпроводящего материала поместить в магнитное поле, то при его охлаждении до $T < T_k$ и выключении внешнего магнитного поля, внутри кольца будет существовать «захваченное» магнитное поле, поддерживаемое сверхпроводящим током.

С классической точки зрения захваченный магнитный поток должен быть пропорционален напряженности внешнего поля. Однако с точки зрения квантовой теории получен другой результат.

Рассматривая движение сверхпроводящей жидкости как движение одной частицы с массой m и зарядом q со скоростью v_s , для импульса такой частицы в магнитном поле с векторным потенциалом A

можно записать

$$\hbar \vec{k} = m \vec{v} + q \vec{A}. \quad (11.31)$$

В квантовой механике величина, которая полностью описывает состояние микрообъекта (электрона, протона, атома, молекулы) и вообще любой квантовой системы называется волновой функцией. Волновая функция сверхпроводящей жидкости имеет вид

$$\Psi = |\Psi| \cdot e^{i\varphi(r)}, \quad (11.32)$$

где $\varphi(r) = kr$ – фаза волновой функции.

Если рассматривать фазу волновой функции в точке кругового контура проведенного внутри кольца, то изменение фазы должно быть кратно 2π

$$\oint_L \vec{k} \cdot d\vec{r} = 2\pi n, \quad (11.33)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Сверхпроводящий ток сосредоточен в поверхностном слое (рис. 11.12).

Если контур L находится далеко от поверхности кольца, то во всех его точках $\vec{v}_s = 0$ поэтому

$$\frac{1}{h} \oint_L q \vec{A} \cdot d\vec{r} = 2\pi n, \quad (11.34)$$

где $\oint_L \frac{q}{h} \vec{A} \cdot d\vec{r} = \Phi$ – магнитный поток через контур.

Получим

$$\Phi = \frac{nh}{q} = n\Phi_0. \quad (11.35)$$

Таким образом, магнитный поток через кольцо квантуется и единица квантования (квант потока)

$$\Phi_0 = \frac{h}{q} \text{ или } \Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Вб.}$$

11.5.2. Квантовый магнитометр

В простейшем случае это сверхпроводящее кольцо с двумя джозефсоновскими контактами (рис. 11.13).

Два сверхпроводящих токов I_1 и I_2 каждый

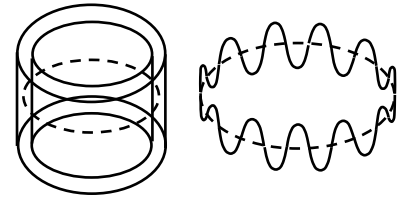


Рис. 11.12

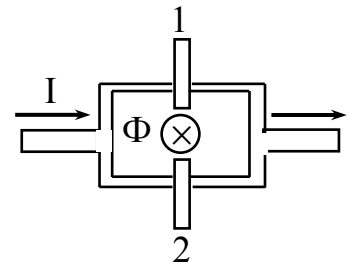


Рис. 11.13

со своей амплитудой и фазой, пройдя через контакты, накладываются и интерферируют.

Прибор измеряет ток равный сумме накладываемых токов. В отсутствие магнитного поля ток, подходящий к каждому контакту

$$I = 2I_c \cdot \sin \varphi. \quad (11.36)$$

Если оба тока останутся такими же в момент наложения, то интерференции не произойдет.

Если наложить внешнее магнитное поле, то в контуре будет циркулировать сверхпроводящий ток I_s . Этот ток в одном контакте будет суммироваться с постоянным током, в другом контакте - вычитаться. Между токами возникнет разность фаз δ и токи будут интерферировать

$$\frac{I}{2} + I_s = I_c \cdot \sin(\varphi + \delta); \quad (11.37)$$

$$\frac{J}{2} - J_s = J_s \cdot \sin(\varphi - \delta). \quad (11.38)$$

Результирующий ток в результате интерференции (сложения)

$$I_p = I_c \cdot [\sin(\varphi + \delta) + \sin(\varphi - \delta)] = 2I_c \cdot \sin \varphi \cdot \cos \delta. \quad (11.39)$$

Таким образом, минимальное и максимальное значение результирующего тока зависят от разности фаз δ между токами. В свою очередь разность фаз связана с явлением квантования магнитного потока в сверхпроводниках. При этом

$$\delta = \pi \left(u + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right), \quad (11.40)$$

где Φ - внешний поток;

Φ_0 - флюксонид.

Так как $|\cos \delta| = |\cos(\pi \cdot n + \pi \cdot (\Phi/\Phi_0))| = |\cos \pi \cdot (\Phi/\Phi_0)|$, то результирующий ток равен

$$I = 2I_c \cdot \sin \varphi \cdot \cos \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right). \quad (11.41)$$

С изменением магнитного потока Φ результирующий ток осциллирует (рис. 11.14).

Ток достигает максимального значения всякий раз как только изменяю-

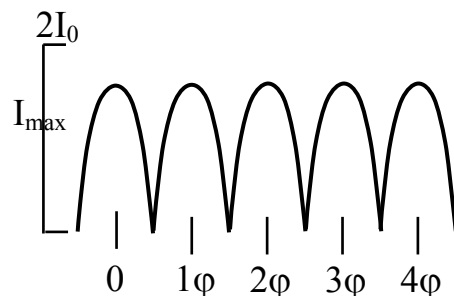


Рис. 11.14

щийся поток Φ оказывается равным целому числу квантов Φ_0 , т.е. период осцилляций равен кванту магнитного потока. По числу осцилляций можно определить Φ и зная площадь сверхпроводящего контура, найти напряженность магнитного поля, создающего поток Φ

$$H = \frac{\Phi}{S}. \quad (11.42)$$

На базе СКВИДов созданы сверхчувствительные магнитометры, измеряющие индукцию (напряженность) магнитных полей с точностью до 10^{-18} Тл. Они находят широкое применение в измерительной технике.

ЛЕКЦИЯ № 12. СРЕДСТВА И МЕТОДЫ ДОЗИМЕТРИИ

12.1. Взаимодействие заряженных частиц с веществом

Взаимодействуя с веществом заряженные частицы, обладая большой скоростью, воздействуют на атомы, выбивают из них электроны (ионизация) или переводят атомы в возбужденное состояние. При этом энергия частицы уменьшается. Характеристикой потерь энергии является величина dW/dx – удельная потеря энергии. Величина удельной потери зависит от скорости и ее заряда

$$\frac{dW}{dx} \approx Z^2 n_e f(v), \quad (12.1)$$

где Z – заряд;

v – скорость;

n_e – концентрация электронов в тормозящей среде.

График потерь приведен на рисунке 12.1. Энергия W_k – кинетическая энергия, а mc^2 – энергия, эквивалентная массе частицы.

При небольших скоростях величина $\frac{dW}{dx}$ уменьшается с ростом

(W_k/mc^2) , т.к. с ростом скорости уменьшается время взаимодействия частицы с электронами в атомах. Когда величина (W_k/mc^2) приближается к единице, скорость частицы стремится к скорости света. При этом рост энергии частицы не сопровождается существенным ростом

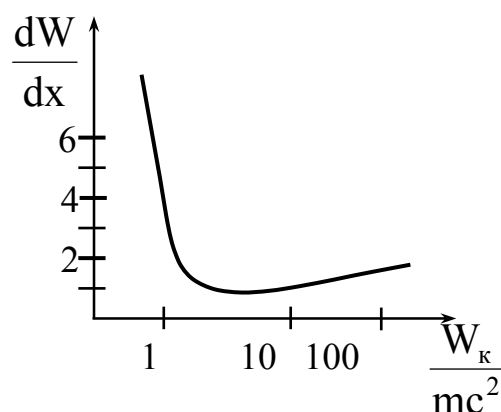


Рис. 12.1

ее скорости, т.к. $v < c$. В соответствии с этим уменьшение dW/dx прекращается. В области изменения (W_k/mc^2) от 1 до 10 величина dW/dx почти постоянна. С дальнейшим увеличением энергии частицы имеет место медленный рост потерь энергии, связанный с изменением формы электрического поля, создаваемого движущейся частицей.

Кроме рассмотренного выше взаимодействия, заряженные частицы, двигаясь в веществе, претерпевают неупругие ядерные взаимодействия. Для этого энергия частиц должна быть достаточной для преодоления кулоновского отталкивания и подхода к ядру на столь близкое расстояние, при котором проявляются ядерные силы.

Вероятность ядерных реакций значительно меньше, чем вероятность процессов взаимодействия с электронной оболочкой атома. Однако если при взаимодействии с электронами энергия движущейся частицы изменяется ничтожно, то при ядерных взаимодействиях изменение энергии частицы в сотни тысяч раз больше. Иногда одного такого взаимодействия достаточно для прекращения существования частицы (поглощение ядром). При этом ядро переходит в возбужденное состояние и испускает частицы, отличные от поглощенных частиц.

Особое место среди заряженных частиц занимают электроны (β -частицы). Если у мезонов, нуклонов, гиперонов и других более тяжелых заряженных частиц при взаимодействии с веществом основные потери энергии являются ионизационными, то для электронов не менее значительны потери на радиационное торможение – испускание электромагнитного излучения. Природа тормозного излучения связана с явлением излучения электромагнитных волн при ускоренном (замедленном) движении зарядов. При столкновениях с атомами электроны претерпевают резкие ускорения. В спектре тормозного излучения присутствуют кванты практически всех энергий (непрерывный спектр).

Существенное различие радиационных и ионизационных потерь в том, что последние происходят в большом числе соударений при мягком расходе энергии в каждом соударении, тогда как радиационные потери часто сопровождаются большим расходом в отдельных соударениях.

12.2. Взаимодействие γ -излучения с веществом

При взаимодействии γ -излучения с веществом возможны три основных процесса: фотоэлектрическое поглощение (фотоэффект), комптоновское рассеяние и образование электронно-позитронных пар.

При фотоэффекте, в случае поглощения γ -кванта, вся энергия γ -кванта идет на вырывание одного электрона с одной из оболочек (на ионизацию). Кинетическая энергия выбитого электрона

$$W_k = W_\gamma - I_i, \quad (12.2)$$

где W_γ - энергия γ -кванта;

I_i - ионизационный потенциал соответствующей оболочки.

Комптоновское рассеяние γ -квантов это процесс, при котором γ -квант передает часть своей энергии электрону.

В результате рассеяния γ -квант и электрон изменяют направление движения и энергию. В этом случае электрон называют электроном отдачи. Диаграмма направлений импульсов при возможном рассеянии приведена на рисунке 12.2. На диаграмме p_γ - импульс первичного γ -кванта, p'_γ - импульс рассеянного γ -кванта, p_e - импульс электрона отдачи.

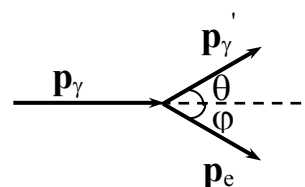


Рис. 12.2

Возможен вид рассеяния, при котором электрон колеблется в атоме под действием электрического поля первичного γ -кванта и излучает при этом γ -квант вторичный – рассеянный, но не отрывается от атома. Таким образом, после рассеяния электрон энергии не приобретает и $W'_\gamma = W_\gamma$. Такое рассеяние в отличие от комптоновского называют томсоновским рассеянием.

Процесс образования электрон-позитронных пар происходит при взаимодействии γ -кванта с кулоновским полем атомного ядра. При этом γ -квант поглощается, но возникают электрон и позитрон. Закон сохранения энергии требует, чтобы при этом энергия γ -кванта была больше, чем масса электрона и позитрона. Образование пар возможно лишь в случае, когда энергия γ -кванта превышает 1,02 МэВ.

Поглощение γ -квантов с энергией больше 100 МэВ сопровож-

дается развитием каскадных ливней. Если энергия γ -кванта намного превосходит порог образования пар, то попадая в вещество, такие γ -кванты образуют пары с большой вероятностью. Образовавшиеся электрон и позитрон взаимодействуют с веществом, испускают кванты тормозного излучения, а каждый из квантов, в свою очередь, образует электронно-позитронные пары. Таким образом, число частиц в каскадном ливне первоначально растет по мере развития ливня в глубь поглотителя. При этом средняя энергия частиц ливня уменьшается и при достижении равенства радиационных и ионизационных потерь, число частиц в ливне с увеличением толщины поглотителя будет убывать.

12.3. Взаимодействие нейтронов с веществом

Нейтроны лишены электрического заряда, поэтому они взаимодействуют с веществом только посредством ядерных сил. Они поглощаются ядрами, если расстояние взаимодействия составляет порядка 10^{-13} см. В этом случае ядро возбуждается и при переходе в основное состояние оно испускает либо нейтрон, либо другие частицы, либо γ -кванты. Рассеяние нейтронов ядрами может быть либо упругим, либо неупругим.

Упругое рассеяние более вероятно, чем неупругое. Ядро является квантовым объектом. Его энергия может принимать строго определенные значения. Чтобы произошло неупругое рассеяние, ядро должно перейти из основного состояния на первый возбужденный уровень. Это означает, что энергия налетевшего нейтрона должна быть больше энергии этого первого уровня. Энергия первого возбужденного уровня составляет величину порядка 1 МэВ. При меньших энергиях нейтронов возможно только упругое рассеяние на ядрах.

Начиная с энергий порядка 10 МэВ, неупругое рассеяние на ядрах становится более вероятным процессом, чем упругое. Возбужденное в результате неупругого рассеяния ядро переходит в основное состояние, испуская γ -кванты.

В области малых энергий нейтронов (до 1 КэВ) наибольшей вероятностью обладает процесс радиационного захвата нейтронов ядрами. При этом выделяется энергия связи нейтрона ~ 8 МэВ. Эта энергия идет на возбуждение ядра, поглотившего нейтрон. Переход в основное состояние происходит либо путем испускания нейтрона,

либо излучением γ -кванта.

Взаимодействие нейтронов с тяжелыми ядрами может приводить к реакции деления – первоначальное ядро распадается на крупные осколки. Для изотопа U^{235} деление возможно при сколь угодно малых энергиях нейтронов. А изотоп U^{238} делится нейтронами с энергией, превышающей 1 МэВ.

12.4. Дозы радиационного облучения

Повреждений, вызванных в живом организме излучением, будет тем больше, чем больше энергии оно передает тканям. Дозой облучения называют количество такой переданной организму энергии. Дозы можно рассчитывать по-разному, с учетом, каков размер облученного участка и где он расположен.

Поглощенную дозу определяют отношением

$$D = \frac{d\langle w \rangle}{dm}, \quad (12.3)$$

где $d\langle w \rangle$ – средняя переданная энергия веществу в элементе объема;

dm – масса вещества в этом объеме.

Средняя энергия определяется выражением

$$\langle w \rangle = \int_0^{\infty} wf(w) \cdot dw, \quad (12.4)$$

где $f(w)$ – функция распределения энергии, представляет собой плотность вероятности.

В данном определении поглощенная доза представляет собой непрерывную дифференцируемую функцию пространства и времени. Если поле излучения неоднородно в пространстве, можно вывести предельное значение этой величины для малой массы.

Эффект воздействия излучений при одинаковой поглощенной дозе зависит от характера взаимодействия данного вида излучения с веществом.

Многочисленные исследования относительной биологической эффективности (ОБЭ) различных видов излучений, позволили представить представление о качестве излучения (k). Эквивалентную дозу излучения определили как произведение поглощенной дозы в ткани и усредненного коэффициента качества

$$H = DK. \quad (12.5)$$

Относительная биологическая эффективность данного типа излучения определяется как доза в грях рентгеновского или γ -излучения, производящего тот же биологический эффект, что и 1 грэй данного излучения. Значения ОБЭ нескольких типов излучения приведены в табл. 12.1.

Таблица 12.1

Тип излучения	Коэффициент качества
Рентгеновское или γ -излучение	~ 1
β -излучение	~ 1
Быстрые протоны	1
Медленные нейтроны	~ 3
Быстрые нейтроны	< 10
α -частицы и тяжелые ионы	< 20

Пересчитанную таким образом дозу называют эквивалентной дозой; ее измеряют в системе СИ в зивертах [Зв]. Следует учитывать также, что различные части тела более чувствительны к излучению, чем другие.

Поэтому дозы облучения органов и тканей учитывают умножением эквивалентной дозы на соответствующие коэффициенты. Суммирование по всем органам и тканям дает эффективную эквивалентную дозу, отражающую суммарный эффект облучения организма.

Ниже приводятся определения основных радиационных единиц и их связь с внесистемными единицами:

1. Беккерель [Бк, Bq] – единица активности нуклида в радиоактивном источнике. Один Беккерель соответствует одному распаду в секунду. Внесистемной единицей активности является кюри [Ки, Ci]. $1 \text{ Ки} = 3,700 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$.

2. Грей [Гр, Gy] – единица поглощенной дозы. $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$. Внесистемная единица Рад ($1 \text{ Рад} = 0,01 \text{ Гр}$).

3. Зиверт [Зв, Sv] – единица эквивалентной дозы для рентгеновского излучения, γ - и β -излучений. Один зиверт соответствует поглощенной дозе в 1 Дж/кг . Внесистемная единица Бэр [бэр, rem]. $1 \text{ бэр} = 0,0136$.

4. Самой первой единицей дозы был рентген (р); он определялся по ионизации, производимой излучением. В настоящее время 1 Р

определяют как дозу рентгеновского или γ -излучения, при которой в 1 кг воздуха поглощается энергия, равная $0,878 \cdot 10^{-2}$ Дж.

Мощностью дозы излучения называют величину, равную отношению дозы ΔD ко времени излучения

$$P = \frac{\Delta D}{\Delta t} . \quad (12.6)$$

Экспозиционная доза это доза рентгеновского или γ -излучения, определяемая по ионизации воздуха

$$D_0 = \frac{\sum q}{\Delta m}, \quad (12.7)$$

где $\sum q$ - суммарный заряд ионов одного знака, созданных в воздухе, при полном торможении вторичных электронов и позитронов, образующихся в элементарном объеме;

Δm - масса воздуха в этом объеме.

12.5. Средства радиационных измерений

12.5.1. Ионизационные камеры

Ионизационная камера является простейшим прибором для измерения интенсивности ионизирующих излучений. Она представляет собой объем, заполненный газом, в который помещены два электрода (анод и катод) (рис. 12.3).

Ток возникает при образовании ионов в объеме камеры, под действием ионизирующего излучения проникающего в камеру.

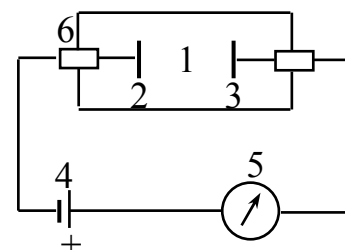


Рис. 12.3

Образовавшиеся ионы, двигаясь в электрическом поле между анодом и катодом, создают ток, сила которого пропорциональна числу пар ионов, возникающих в единицу времени. Увеличение интенсивности излучения приводит к пропорциональному увеличению тока. Типичная вольтамперная характеристика ионизационной камеры приведена на рисунке 12.4.

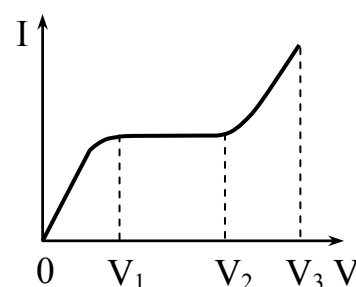


Рис. 12.4

Участок $0-V_1$ соответствует малым напряжениям, при которых не все ионы, образующиеся в камере, достигают электродов за счет процессов рекомбинации. Увеличение напряжения более V_1

приводит к увеличению скорости ионов и электронов и, следовательно, к уменьшению вероятности рекомбинации. Участок кривой V_1 - V_2 соответствует току насыщения – все ионы, возникающие в камере, достигают электродов.

Величина тока насыщения связана с ионизацией (с числом пар ионов N) соотношением

$$I_n = eN. \quad (12.8)$$

При напряжениях V , больших V_2 , ток резко возрастает за счет вторичной ионизации молекул газа электронами.

Ионизационные камеры работают в области тока насыщения. Интенсивность ионизирующего излучения пропорциональная величине ионизационного тока при высокой стабильности. При отсутствии измеряемого источника излучений ток ионизационной камеры обычно не равен нулю. Ионизация газа в камере обусловлена космическими лучами (фоновое излучение).

Ионизационные камеры данных типов используют для регистрации суммарного действия большого числа частиц. Для регистрации отдельных заряженных частиц используют импульсные ионизационные камеры. Пусть частица пролетела параллельно электродам камеры (рис. 12.5). Вдоль траектории образуется некоторое количество пар ионов (N). Поле, созданное этими ионами, в сумме равно нулю. Положительные ионы движутся к катоду K , а электроны и отрицательные ионы к аноду A . При расхождении ионов создаваемое разноименными зарядами поле в районе электродов отлично от нуля. Ионы индуцируют на электродах заряды противоположного знака. При достаточно большом R , электроны, уходящие с анода, заряжают до некоторого потенциала «паразитную» емкость C . Разрядка этой емкости через сопротивление R протекает по закону

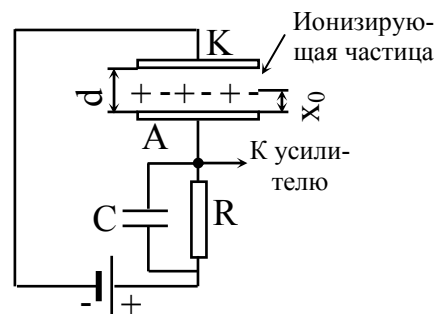


Рис. 12.5

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (12.9)$$

За время, равное RC , разность потенциалов уменьшается в e раз.

12.5.2. Счетчики Гейгера-Мюллера

Счетчики этого типа называют счетчиками с самостоятельным

разрядом. По конструкции они схожи с пропорциональными счетчиками. Однако работают они при более высоких напряжениях в той области вольт-амперной характеристики, которая называется областью самостоятельного разряда и расположена при напряжениях, больших U_3 . В зависимости от наполняющего их газа счетчики делятся на несамогасящиеся и самогасящиеся.

У этих счетчиков амплитуда импульса на выходе не зависит от первичной ионизации. Все импульсы имеют одинаковый размер и их амплитуда составляет вольты, что упрощает аппаратуру для регистрации импульсов.

Основной характеристикой счетчиков Гейгера-Мюллера является счетная характеристика, т.е. зависимость числа сосчитанных импульсов от напряжения на счетчике при облучении постоянным потоком частиц. Счетная характеристика приведена на рисунке 12.6. Область рабочих напряжений (плато) соответствует напряжениям от 800 до 1300 В. В этом интервале регистрируются все частицы, попавшие в счетчик. Для регистрации частицы достаточно того, чтобы она образовала одну пару ионов.

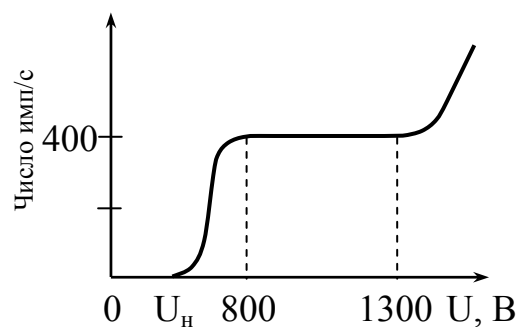


Рис. 12.6

Счетчики Гейгера работают в области высоких напряжений и число фотонов, возникающих в лавине у них больше в сравнении с пропорциональными счетчиками. Почти мгновенно эти фотоны выбивают из поверхности катода фотоэлектроны. Фотоэлектроны движутся к нити, образуя вторую лавину, в процессе образования которой опять возникают фотоны, и так далее.

В пропорциональных счетчиках разряд отрывается после одной-двух лавин. В счетчиках Гейгера разряд поддерживается за счет действия фотонов. Число электронов в последовательных лавинах меняется незначительно. Разряд поддерживает сам себя. Он называется самостоятельным разрядом.

Обрывание разряда в счетчиках Гейгера связано с действием положительных ионов. В процессе развития быстрых электрон-фононных лавин, положительные ионы, отличаясь меньшей подвижностью, остаются на месте вблизи нити счетчика. Вскоре нить оказы-

вается экранированной чехлом из положительных ионов. Напряженность поля вблизи нити уменьшается. Это приводит к прекращению разряда. Становится меньше энергия электронов, меньше число вторичных электронов и фотонов, поддерживающих разряд.

Положительные ионы достигают катода в среднем за 1 мс, после этого объемный заряд разрушается, и поле в окрестности анода возрастает вновь. Счетчик опять готов к работе. Ионы, падающие на катод, снова выбивают вторичные электроны, которые приводят к образованию электронных лавин возле анодной нити, и разряд в счетчике не прерывается.

Для прерывания разряда используют большое сопротивление, включенное в измерительную цепь последовательно со счетчиком.

Такое сопротивление приводит к большому падению напряжения. Напряжение на аноде падает и разряд гаснет. Так действуют несамогасящиеся счетчики. Скорость счета таких счетчиков невелика.

В самогасящихся счетчиках используют специальные газовые смеси (изобутан, этанол и др.). Эти газы поглощают фотоны и понижают выход фотоэлектронов. С другой стороны молекулы этих газов уменьшают количество вторичных электронов. Это обусловлено тем, что ионы газов сталкиваются с молекулами многоатомных газов и теряют часть своей энергии. Такие замедленные ионы уже не могут вызывать вторичную ионизацию металлов.

Самогасящиеся счетчики обладают более высокими скоростями счета в сравнении с несамогасящимися.

ЛЕКЦИЯ № 13. МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ, ОСНОВАННЫЕ НА ЭФФЕКТЕ МЁССБАУЭРА

В настоящее время методы, основанные на эффекте Мёссбауэра, представляют собой наиболее чувствительные методы физических измерений в физике твердого тела, химии и биологии.

В области фундаментальных исследований этот метод позволил, например, не только наблюдать релятивистское «сжатие» времени, но и зафиксировать смещение частоты фотонов под воздействием гравитационного поля Земли. Это смещение было предсказано общей теорией относительности.

Атомные ядра, как и электроны в атоме, могут находиться в различных дискретных энергетических состояниях, или, как говорят,

на различных энергетических уровнях. Самый низкий из уровней называют основным, остальные называют возбужденными.

Ядра, находящиеся в возбужденных состояниях, могут переходить на более низкие уровни, в том числе и на основной. Такие переходы происходят спонтанно. Освобождающаяся при этом энергия уносится фотоном (γ -излучение).

В отличие от основного уровня все возбужденные уровни ядра имеют конечную ширину, т.е. неопределенность энергии ΔW . Если отложить по оси абсцисс энергию ядра E , а по оси ординат вероятность нахождения ядра в состоянии с данной энергией, то эта зависимость представляется весьма узкой кривой (рис. 13.1а).

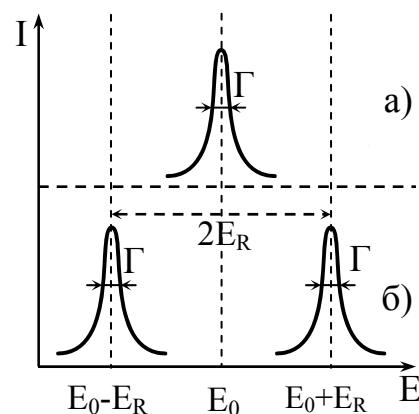


Рис. 13.1

Ширину кривой, измеренной на половине высоты, называют естественной шириной линии Γ . Она связана со средним временем жизни τ возбужденного состояния ядра соотношением неопределенности

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (13.1)$$

В этом случае неопределенность энергии квазистационарного состояния равна

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\tau}. \quad (13.2)$$

Если обозначить ширину энергетического уровня как

$$\Gamma = 2\Delta E, \quad (13.3)$$

то соотношение (13.3) можно записать в виде

$$\Gamma \tau \approx \hbar. \quad (13.4)$$

Таким образом, неопределенность в энергии возбужденных уровней приводит к появлению ширины у линий γ -излучения.

Ядра атомов могут не только испускать, но и поглощать фотоны.

Если попадающий в атомное ядро фотон имеет энергию, в точности равную разности энергий между основным и каким-либо возбужденным состоянием, то ядро может поглотить фотон и перейти в соответствующее возбужденное состояние. Этот процесс возможен

лишь для γ -лучей определенных энергий и носит, таким образом, резонансный характер.

Однако для свободных ядер такой процесс практически невозможен. Дело в том, что энергия E_γ , уносимая γ -квантом оказывается меньше энергии E_0 перехода между уровнями. Небольшая, но заметная доля энергии уносится ядром, которое вследствие отдачи начинает двигаться в сторону, противоположную направлению вылета γ -кванта.

Ядро, испускающее γ -квант, приобретает импульс отдачи, равный по абсолютной величине импульсу γ -кванта. Энергию отдачи E_R можно выразить через импульс отдачи

$$E_R = \frac{p^2}{2m_\lambda} = \frac{E_\gamma^2}{2m_\lambda c^2}. \quad (13.5)$$

Например, энергия отдачи у ядра олова Sn^{119} равна

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2m_\lambda c^2} = \frac{E_0^2}{2m_\lambda c^2} = \frac{(2,38 \cdot 10^4)^2}{2 \cdot 119 \cdot 10^9} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}.$$

При расчете учтено, что разность энергий между основным и первым возбужденным уровнем равна $E_0 = 23,8 \text{ кэВ}$.

Энергия, которая расходуется на отдачу ядра, поглощающего γ -квант, в точности равна энергии E_R при испускании γ -кванта (рис. 13.16). Линия испускания ($E_0 - E_R$) смещена относительно энергии основного состояния (E_0) влево на величину E_R , а линия поглощения настолько же вправо от E_0 . Следует отметить, что величина E_R сама по себе не представляет существенного интереса. Важным является соотношение между E_R и шириной Γ , соответствующей резонансной линии.

Резонансное поглощение возможно только в том случае, если линии спектров испускания и поглощения перекрываются, т.е. при условии

$$2E_R \approx \Gamma \text{ или } 2E_R < \Gamma. \quad (13.6)$$

Это условие практически никогда не выполняется для γ -переходов в свободных ядрах. Так для ядра Sn^{119} ширина $\Gamma = 3 \cdot 10^{-8} \text{ эВ}$, т.е. на много порядков меньше E_R . В принципе, можно компенсировать энергетический сдвиг $2E_R$ с помощью эффекта Доплера. Для этого излучающее (поглощающее) ядро должно двигаться с относительной скоростью v , равной

$$v = c \frac{2E_R}{E_\gamma}. \quad (13.7)$$

Вычисления показывают, что для ядер Sn^{199} нужна скорость $v \approx 60$ м/с. В реальных условиях ширина линии испускания (или поглощения) складывается из собственной ширины линии и ее доплеровской ширины. Из этих двух величин основной вклад принадлежит доплеровской ширине, обусловленной тепловым движением атомов. Доплеровский сдвиг уровней D можно оценить, используя нерелятивистские формулы, т.к. тепловая скорость атомов много меньше скорости распространения света в вакууме

$$D = \frac{u}{c} E_\gamma \approx \frac{u}{c} E_0, \quad (13.8)$$

где u – скорость теплового движения ядер.

Известно, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы (движение к поглотителю или от него) равна $\frac{1}{2}kT$. Поэтому можно записать

$$\frac{1}{2}m_\lambda u^2 = \frac{1}{2}kT. \quad (13.9)$$

Отсюда

$$u = \sqrt{\frac{kT}{m_\lambda}}. \quad (13.10)$$

С учетом скорости теплового движения для доплеровского сдвига уровней получим

$$D = \sqrt{2E_R kT}. \quad (13.11)$$

Более точный расчет приводит к выражению

$$D = 2\sqrt{E_R kT}. \quad (13.12)$$

При комнатных температурах $k \cdot T \approx 0,025$ эВ. В этой связи для ядер Sn^{119} найдем

$$D = 2\sqrt{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}.$$

Очевидно, что доплеровская ширина линии значительно превосходит собственную ширину и в некоторых случаях оказывается больше сдвига E_R . В результате доплеровского уширения линии испускания и поглощения частично перекрываются, как показано на рисунке 13.2. Это означает, что существует некоторая доля γ -

квантов, для которых энергия отдачи E_R скомпенсирована и резонансное поглощение может наблюдаться. Так происходит испускание и поглощение γ -квантов при ядерных переходах, если можно пренебречь энергией связи в веществе, т.е. если считать ядра атомов свободными.

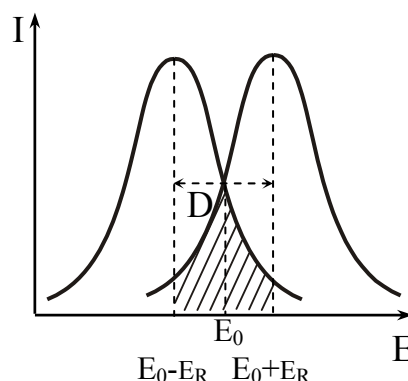


Рис. 13.2

Для процессов испускания и поглощения γ -квантов ядрами, входящими в состав кристаллической решетки, например, испускания γ -квантов с энергией $E_\gamma < 1 \text{ МэВ}$, энергии отдачи ядер оказывается недостаточной для вырывания ядра из кристаллической решетки, а импульс, в той или иной форме, передается всему кристаллу. Чаще всего энергия отдачи переходит в звуковые колебания решетки. При этом ядро не теряет связи с решеткой. Оно отдает свой импульс соседним ядрам, те передают его своим соседям. В кристаллической решетке возбуждается звуковая волна. Это означает, что энергия отдачи передается фононам. Их среднее число зависит от частоты и температуры

$$\langle n_\omega \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (13.13)$$

Из формулы (13.13) следует, что число фононов быстро возрастает с температурой.

Процесс генерации фотонов, а значит и процесс перехода импульса отдачи в звуковые волны тем легче происходит, чем больше фононов уже имеется, т.е. при достаточно высоких температурах. При низких температурах этот процесс маловероятен. В этом случае все большую роль начинает играть процесс передачи импульса отдачи всему кристаллу как целому. В такой ситуации в формуле для

энергии отдачи $E_R = \frac{E_\gamma^2}{2m_\gamma c^2}$, вместо массы ядра m_γ следует подста-

вить массу всего кристалла. Вследствие этого энергия отдачи понижается на $10 \div 20$ порядков и становится пренебрежимо малой величиной.

Эффектом Мессбауэра называют упругое (без отдачи) испускание и поглощение γ -квантов в твердых телах.

Импульс фононов в кристаллической решетке ограничен величиной

$$p_{\max} = \hbar k_{\max} = \frac{\pi \hbar}{d}, \quad (13.14)$$

где d – постоянная решетки.

Число разрешенных значений импульса в интервале от 0 до p_{\max} находится с помощью простого правила: на каждое разрешенное состояние приходится интервал импульсов Δp , определяемый формулой

$$\Delta p = 2\pi \hbar. \quad (13.15)$$

Имеется ввиду проекция импульса на направление движения γ -кванта при длине кристалла равной единице. Если импульс отдачи (равный импульсу γ -кванта) превосходит значение p_{\max} , то он распределяется между несколькими фононами, в число которых входят фононы всех импульсов, вплоть до предельного. Вероятность генерации фононов в этом случае велика. При уменьшении импульса отдачи все большая часть фононов обладает слишком большим импульсом и, следовательно, могут не учитываться. Поэтому чем меньше энергия γ -квантов, тем с меньшей вероятностью в результате отдачи возбуждаются звуковые волны.

Теоретическое рассмотрение показывает, что вероятность эффекта Мессбауэра определяется выражением

$$f = e^{-\frac{4\pi^2 \langle x^2 \rangle}{\lambda^2}}, \quad (13.16)$$

где $\langle x^2 \rangle$ – среднеквадратичное смещение ядер в процессе тепловых колебаний решетки (в направлении вылета γ -квантов);

λ – длина волны γ -излучения.

Из формулы (13.16) следует, что вероятность упругого испускания (и поглощения) γ -квантов уменьшается с ростом температуры (растет $\langle x^2 \rangle$) и с ростом энергии перехода (с уменьшением λ).

Наблюдение резонансного поглощения γ -лучей основано на методе доплеровского сдвига линий испускания и поглощения. Для создания этого сдвига поглотителю придается небольшая скорость. Мессбауэровская линия столь узка, что резонанс нарушается уже при ничтожных скоростях. Оценить величину этой скорости можно, если в

формуле $v = c \frac{2E_R}{E_\gamma}$ вместо E_R подставить естественную ширину линии $\Gamma = h \cdot \Delta\nu$, а энергию γ -кванта выразить в виде $E_\gamma = h\nu_0$, тогда для скорости можно записать

$$v = c \frac{\Delta\nu}{\nu_0}. \quad (13.17)$$

Схема опыта Мессбауэра приведена на рисунке 13.3. Поглотитель движется относительно источника со скоростью v равной от 10^{-4} м/с до нескольких сантиметров в секунду. За поглотителем помещается детектор γ -квантов. Измеряется зависимость скорости счета γ -квантов от величины скорости. При $v \neq 0$ линии испускания и поглощения сдвинуты относительно друг друга за счет эффекта Доплера. С уменьшением v этот сдвиг уменьшается. Если ядра источника и поглотителя находятся в идентичных кристаллах и при одинаковой температуре, то линия испускания полностью перекрывается с линией поглощения и максимальное поглощение наблюдается при нулевой скорости, как это показано на рисунке 13.4. При испускании и поглощении γ -квантов ядрами, входящими в состав химических соединений, максимум линии поглощения может наблюдаться при скорости отличной от нуля.

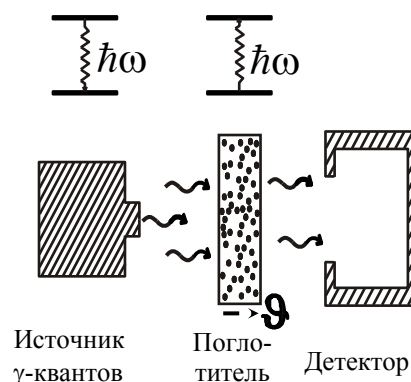


Рис. 13.3

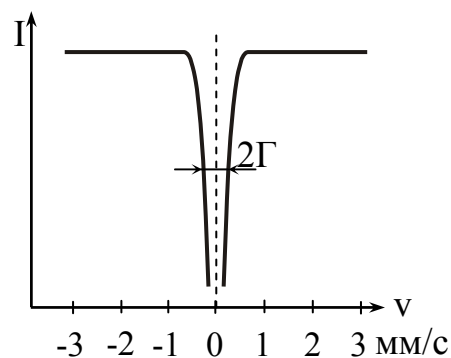


Рис. 13.4

Это объясняется зависимостью энергии ядерного перехода от электростатического взаимодействия ядра с окружающими его электронами. Этот вклад слишком мал и не может наблюдаться непосредственно. Однако в опытах по изучению эффекта Мессбауэра влияние электростатических сил на энергетические уровни ядра должно сравниваться не с энергией γ -перехода, а с шириной линии упругого резонансного поглощения. В этих опытах смещение линии обнаруживается с точностью до 10^{-15} - 10^{-17} .

Для источника и поглотителя, находящихся в различных химических соединениях, максимум резонансного поглощения будет

смещен относительно нулевой скорости на величину

$$v_p = \frac{\Delta E}{E_0} c. \quad (13.18)$$

С помощью методов измерений, основанных на эффекте Мессбауэра, можно выполнять самые тонкие на сегодняшний день измерения.

Одним из таких измерений является обнаружение зависимости энергии фотона (или его частоты) от высоты фотона над поверхностью Земли. Такая зависимость обусловлена релятивистской связью энергии с массой. Энергия фотона $\varepsilon = \hbar \cdot \omega$ соответствует массе $m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{\hbar \omega}{c^2}$. Поэтому на высоте H над поверхностью Земли ($H \ll R_3$) фотон обладает потенциальной энергией

$$U = \frac{\hbar \omega}{c^2} gH. \quad (13.19)$$

Следовательно, при подъеме фотона с нулевой высоты до высоты H относительное изменение энергии фотона составит

$$\frac{U}{\varepsilon} = \frac{gH}{c^2}. \quad (13.20)$$

При значении высоты $H = 10$ м отношение $\frac{U}{\varepsilon}$ составляет по порядку величину равную 10^{-15} , что является доступным для измерения с помощью мессбауровских методов. Такое измерение было выполнено в 1960 г. Р. Паундом и Ж. Ребка.

Эффект Мессбауэра нашел широкое применение при исследовании структуры и свойств твердых тел.

II. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ И МЕТОДОВ КОНТРОЛЯ

ЛЕКЦИЯ 14. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

14.1. Уравнение движения

В механике сплошных сред не учитывается то обстоятельство, что среда состоит из атомов и молекул. Рассматриваемый в ней малый объем мал в сравнении с размерами макроскопических тел, но достаточно велик по сравнению с расстоянием между молекулами. (В акустике: длина волны должна быть значительно больше средней длины свободного пробега молекул).

Рассмотрим уравнение движения идеальной среды (жидкости), в которой отсутствует вязкое трение, а так же процессы теплопроводности.

Изучим движение жидкости в прямоугольном параллелепипеде, ребра которого параллельны осям координат (рис. 14.1). Обозначим координаты одной из вершин (ближайшей к началу координат) через x, y, z , координаты противоположной вершины – $(x + dx), (y + dy), (z + dz)$. Ребра параллелепипеда, следовательно, равны dx, dy, dz .

Плотность жидкости ρ зависит от координат x, y, z и времени t .

На левую грань действует сила $F_1 = p \cdot dy \cdot dz$.

На правую грань действует сила $F_2 = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz$,

где p - давление в жидкости.

Алгебраическая сумма проекции этих сил на оси x, y, z соответ-

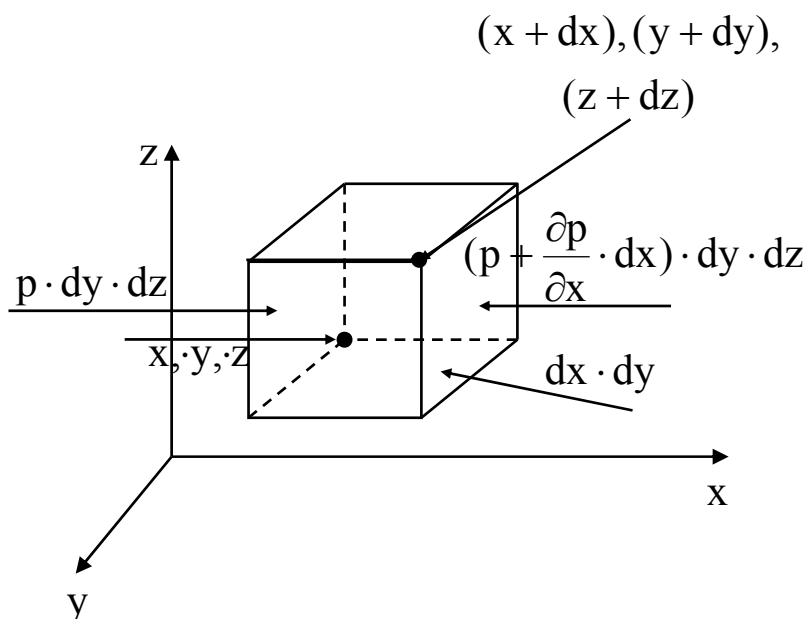


Рис. 14.1.

ственно равны

$$F_x = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz;$$

$$F_y = -\frac{\partial p}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz;$$

$$F_z = -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$$

Рассматриваемая частица испытывает ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}(x, y, z, t)}{dt}.$$

В данном случае необходимо взять полную производную от сложной функции, т.к. координаты частицы так же зависят от времени, т.е.

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}.$$

Имеем

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z.$$

На основании второго закона Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, или в проекциях на оси:

$$F_x = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot a_x;$$

$$F_y = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot a_y;$$

$$F_z = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot a_z,$$

где ρ - плотность среды.

Следовательно, проекции вектора ускорения на оси координат равны:

$$a_x = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x};$$

$$a_y = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y};$$

$$a_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

В векторном представлении имеем:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \cdot \vec{u}_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \cdot \vec{u}_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \cdot \vec{u}_z = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\vec{i} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right).$$

Полученное уравнение является уравнением движения идеальной сплошной среды.

14.2. Уравнение неразрывности

Уравнение неразрывности выражает собой закон сохранения вещества в гидродинамике: *разность количества жидкости, втекающей в данный промежуток времени в некоторый объем и вытекающей из него, равна приращению количества жидкости внутри данного объема.*

Рассмотрим элементарный кубический объем $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ (рис. 14.2).

Пусть m_x - масса вещества переносимого вдоль оси X за dt .

В точке X:

$$m_{x_0} = \rho \cdot dy \cdot dz \cdot u_x \cdot dt.$$

В точке $x + dx$:

$$m_x = -(m_{x_0} + \frac{\partial m_{x_0}}{\partial x} \cdot dx).$$

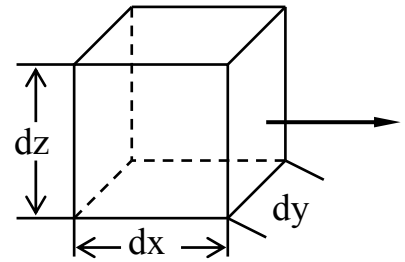


Рис. 14.2

Приращение массы в рассматриваемом объеме за счет переноса вдоль X за промежуток времени dt :

$$\Delta m_x = -\frac{\partial m_{x_0}}{\partial x} \cdot dx = -\frac{\partial u_x \cdot \rho}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt.$$

Вдоль оси Y:

$$\Delta m_y = -\frac{\partial m_y}{\partial x} \cdot dx = -\frac{\partial u_y \cdot \rho}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt.$$

Вдоль оси Z:

$$\Delta m_z = -\frac{\partial m_z}{\partial z} \cdot dz = -\frac{\partial u_z \cdot \rho}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt.$$

Полное приращение массы в объеме dV за время dt

$$\begin{aligned} \Delta m = & -\frac{\partial u_x \cdot \rho}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt - \frac{\partial u_y \cdot \rho}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt - \\ & - \frac{\partial u_z \cdot \rho}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \end{aligned}$$

или

$$\Delta m = - \left(\frac{\partial(u_x \cdot \rho)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y \cdot \rho)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z \cdot \rho)}{\partial z} \right) \cdot dV \cdot dt ;$$

$$\Delta m = - \nabla(\vec{u} \cdot \rho) \cdot dV \cdot dt .$$

С другой стороны убыль массы в объеме dV за dt можно представить так

$$\Delta m = \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dV \cdot dt .$$

Поэтому получим:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dV \cdot dt = - \nabla(\vec{u} \cdot \rho) \cdot dV \cdot dt .$$

Следовательно, уравнение неразрывности для жидкости и газа имеет вид

$$\nabla(\rho \vec{u}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 .$$

ЛЕКЦИЯ 15. ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ

15.1. Волновое уравнение для газов

Звуковые волны распространяются лишь в средах (системах тел), обладающих двумя свойствами – инертностью (плотностью) и упругостью (сжимаемостью). Вещество в твердом, жидком и газообразном состояниях обладает указанными свойствами, поэтому может служить проводником звуковых волн.

Математическим выражением, описывающим распространение волн, является волновое уравнение, представляющее собой дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных по времени и координате.

В качестве постоянных коэффициентов в уравнение входят плотность и эффективный модуль упругости среды. Эти параметры определяют величину скорости распространения волны.

В твердых телах могут распространяться как продольные, так и сдвиговые (поперечные) волны, поскольку твердые тела обладают конечной упругостью, как при всестороннем сжатии, так и при сдвиговом напряжении.

В случае текучих сред (жидкостей и газов) модуль сдвига равен нулю. Поэтому существует только всестороннее давление, и распро-

страняются только продольные волны [1-5].

В настоящей лекции рассматривается распространение звуковых волн малой амплитуды.

Теоретически амплитуда колебаний (например, звукового давления) должна быть бесконечно малой, практически это означает малость амплитуды до такой степени, чтобы в условиях эксперимента можно было пренебречь нелинейными искажениями профиля звуковой волны в процессе ее распространения, а также эффектами, способными повлиять на структуру исследуемого вещества (ультразвуковая кавитация, деструкция молекулярных цепей).

Существенным преимуществом ультразвукового диапазона (частота выше 20 кГц) является малость длины волны и обусловленный этим обстоятельством прямолинейный характер распространения ультразвуковых волн. Однако в рассматриваемых нами случаях подразумевается, что длина волны значительно больше средней длины свободного пробега молекул газа и межатомных расстояний в жидкостях, так как в противном случае применение уравнений, введенных для “сплошной среды”, совершенно не допустимо [1].

Будем исходить из основных уравнений механики сплошных сред (МСС) для жидкостей и газов

$$\nabla(\rho \cdot \vec{u}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (15.1)$$

где \vec{u} - скорость движения среды;

ρ - ее плотность;

t – время.

Уравнение неразрывности (15.1) выражает положение о том, что разность количества жидкости (или газа), втекающий в данный промежуток времени в некоторый момент объем и вытекающей из него, равна приращению количества жидкости внутри данного объема

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla p + \frac{\eta_s}{\rho} \cdot \Delta \vec{u} + (\eta_v + \frac{\eta_s}{3}) \vec{u} \cdot \nabla \vec{u}, \quad (15.2)$$

где p – давление;

η_s и η_v - сдвиговая и объемная вязкости жидкости (или газа).

Уравнение движения (уравнение Навье-Стокса) (15.2), представляет 2-й закон Ньютона применительно к элементарному объему

сплошной среды.

Отметим, что использованные в уравнениях (15.1) и (15.2) математические операторы в развернутом представлении имеют вид

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z};$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

К числу важнейших в МСС уравнений относится уравнение состояния, выражающее зависимость давления в веществе от его плотности

$$p = f(\rho). \quad (15.3)$$

Для идеальных газов уравнением состояния является уравнение Менделеева – Клапейрона, а для адиабатического процесса уравнение адиабаты (уравнение Пуассона).

Уравнения (15.1) – (15.3) в приближении линейной акустики (акустики малых амплитуд) для идеальной (не вязкой) среды принимает вид

$$\rho \cdot \nabla \vec{u} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}; \quad (15.1')$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \cdot \nabla p; \quad (15.2')$$

$$p = f(\rho). \quad (15.3')$$

Уравнение состояния для газов в случае адиабатного процесса имеет вид

$$p \cdot V^\gamma = \text{const}, \quad (15.4)$$

где V - объем газа;

γ - коэффициент Пуассона.

Поскольку $\rho \sim \frac{1}{V}$, то можно записать

$$p = \text{const} \cdot \rho^\gamma. \quad (15.5)$$

В звуковой волне невозмущенные значения давления p_0 и плотности ρ_0 получают малые приращения δp и $\delta \rho$. Из (15.5) следует

$$\delta p = \text{const} \cdot \gamma \cdot \rho^{\gamma-1} \cdot \delta \rho,$$

откуда

$$\frac{\partial p}{p} = \gamma \cdot \frac{\partial \rho}{\rho}. \quad (15.6)$$

Таким образом, относительное приращение давления пропорционально относительному приращению плотности.

Для плоской ультразвуковой волны, распространяющейся вдоль оси X, все колебательные параметры зависят от одной координаты x, что позволяет упростить систему уравнений (15.1) – (15.3):

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial t}; \quad (15.1'')$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (15.2'')$$

$$\frac{\delta p}{p} = \gamma \cdot \frac{\delta \rho}{\rho}. \quad (15.3'')$$

В системе 3-х уравнений (15.1) – (15.3) задействованы три колебательных параметра δp , ∂p и u . Воспользовавшись этой системой уравнений можно получить одно уравнение для колебательной скорости $u(x, t)$.

С этой целью возьмем производную по x от (15.1'') и по t от (15.2'')

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 p}{\partial t \cdot \partial x}; \quad (15.7)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x \cdot \partial t}. \quad (15.8)$$

Из уравнения (15.3'') следует

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \cdot \partial t} = \frac{\gamma p}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \rho}{\partial x \cdot \partial t}. \quad (15.9)$$

Подставляя выражение (15.9) в правую часть (15.8), получим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\gamma p}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 \rho}{\partial x \cdot \partial t}. \quad (15.10)$$

Умножим уравнение (15.7) на $\frac{\gamma p}{\rho^2}$. В силу равенства правых частей полученного уравнения и уравнения (15.10) находим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\gamma p}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (15.11)$$

Дифференциальное уравнение 2-го порядка в частных производных (15.11) является волновым уравнением для плоской волны колебательной скорости u , распространяющейся вдоль оси X .

Постоянный множитель перед $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ представляет собой квадрат скорости распространения волны – c^2 , т.е.

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}. \quad (15.12)$$

Для воздуха при нормальных условиях $p = 10^5$ Па; $\rho = 1,29$ кг/м³; $\gamma = 1,4$ (как для двухатомного газа) находим: $c = 329$ м/с, что соответствует опытным данным.

15.2. Волновое уравнение для жидкостей

К сожалению, применительно к жидкостям не удастся получить универсальное уравнение состояния. Причиной этого является близость молекул друг к другу, в результате чего определяющую роль в формировании упругих свойств жидкости играют силы межмолекулярного взаимодействия, которые в каждой жидкости носят сугубо индивидуальный характер. В данном случае приходится использовать эмпирическое соотношение между плотностью ρ и давлением p . При малых амплитудах колебаний между приращением объема ΔV и давления Δp (плотности $\Delta \rho$ или давления Δp) существует линейная зависимость

$$\frac{\Delta V}{V} = -\beta \cdot \Delta p; \quad (15.13)$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\beta \cdot \Delta p, \quad (15.14)$$

где коэффициент пропорциональности β носит название сжимаемости и имеет размерность Па⁻¹.

Соотношения (15.13) и (15.14) можно рассматривать как подобие закона Гука применительно к жидкостям. Значения сжимаемости различно для различных жидкостей и определяется опытным путем. Поэтому уравнение состояния для жидкостей, записанное в виде

$$\delta p = \frac{1}{\rho \beta} \cdot \delta p \quad (15.15)$$

следует рассматривать как эмпирическое соотношение. Следует отметить также, что для жидкостей (исключение составляет вода) значение β , полученное при постоянной температуре β_T всегда больше значения, полученного при отсутствии теплообмена β_S . При распространении в среде ультразвуковой волны, теплообмен между соседними фазами сжатия и растяжения практически не успевает произойти. Поэтому в уравнении (15.15) используется именно адиабатную сжимаемость β_S .

Система акустических уравнений для жидкостей имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (15.16)$$

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial t}; \quad (15.17)$$

$$\delta p = \frac{1}{\rho \cdot \beta_S} \cdot \delta p. \quad (15.18)$$

Выполняя над системой уравнений (15.16) – (15.18) преобразования, аналогичные преобразованиям системы уравнений (15.1) – (15.3), получим волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho \beta_S} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (15.19)$$

Откуда

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho \beta_S}}. \quad (15.20)$$

15.3. Волновое уравнение для твёрдых тел

Изучение динамики упругих волн в твердых телах начнем с

продольных волн в стержнях. Будем описывать движение стержня при помощи неподвижной системы координат, ось X которой параллельна длине стержня (предполагается, что стержень не изгибается, а поперечное сечение его остается постоянным).

Применим 2-ой закон Ньютона к движению куска стержня, заключенного между двумя плоскостями с координатами x и $x+\Delta x$ (рис. 15.1).

Масса этого куска равна

$$m = \rho_0 S_0 \Delta x,$$

где ρ_0 и S_0 – соответственно плотность и поперечное сечение стержня в отсутствии деформации (стержень считаем однородным по плотности).

Пусть ξ – смещение центра масс рассматриваемого куска, а $\sigma(x)$ и $\sigma(x+\Delta x)$ – механические напряжения (т.е. силы растяжения, приходящиеся на единицу площади поперечного сечения стержня).

Тогда

$$\rho_0 S_0 \cdot \Delta x \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = S_0 \sigma(x + \Delta x) - S_0 \sigma(x).$$

Слева стоит произведение массы куска на ускорение его центра масс, справа – результирующая внешних сил, действующих на кусок. Разделим обе части уравнения на $S_0 \cdot \Delta x$:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\sigma(x + \Delta x) - \sigma(x)}{\Delta x}$$

Перейдя к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получим

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}. \quad (15.21)$$

Растяжение куска приводит к его удлинению, т.е. к деформации. Средней продольной деформацией называют отношение удлинения $\Delta \xi_{xx}$ к первоначальной длине Δx :

$$\bar{S} = \frac{\Delta \xi_{xx}}{\Delta x}.$$

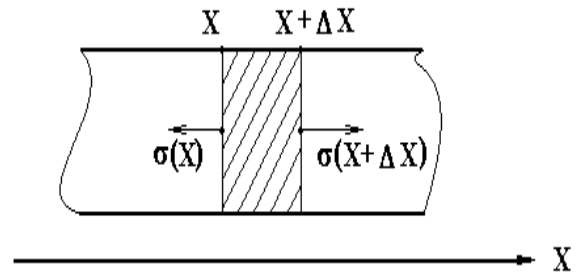


Рис. 15.1.

Продольной деформацией в данной точке называется предел, к которому стремится это отношение при $\Delta x \rightarrow 0$, т.е.

$$S = \frac{\partial \xi_{xx}}{\partial x}.$$

Связь между напряжением и деформацией в линейном приближении описывается законом Гука

$$\sigma = ES, \quad (15.22)$$

где E – константа, характеризующая материал. Её называют модулем упругости (модулем Юнга).

Подставляя в (15.1) в соотношение (15.2), получим:

$$\rho_0 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = E \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

Поделив обе части этого равенства на ρ_0 , находим волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho_0} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (15.23)$$

Скорость распространения упругих волн в стержне:

$$c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}. \quad (15.24)$$

Смещение частиц распространяется по стержню в виде волн:

$$\xi = \xi_0 \cdot \cos(\omega t \mp kx). \quad (15.25)$$

Колебательную скорость частиц $u = \frac{\partial \xi}{\partial t}$, деформацию S и напряжение σ получим, дифференцируя выражения (15.5) по t и по x :

$$u = -\xi_0 \omega \cdot \sin(\omega t \mp kx); \quad (15.26)$$

$$S = \mp \xi_0 k \cdot \sin(\omega t \mp kx); \quad (15.27)$$

$$\sigma = \mp E \xi_0 k \cdot \sin(\omega t \mp kx). \quad (15.28)$$

Таким образом, смещение, колебательная скорость, деформация и напряжение распространяются в стержне в виде волн с одной и той же скоростью.

15.4. Поперечная, поверхностная и изгибная моды упругих колебаний в твердых телах

В твердых телах могут распространяться звуковые волны не-

скольких типов (мод). В безграничном изотропном твердом теле возможны продольные волны того же типа, что и в жидкости или газе и поперечные (сдвиговые волны). В твердых телах ограниченных размеров возможны волны и других мод (поверхностные, изгибные). Возможность распространения в веществе волн того или иного типа непосредственно связана с существованием определенного типа упругости (модуля упругости).

Если нижнюю грань куба зафиксировать, то, чтобы деформировать его в направлении оси x (т.е. сместить верхнюю грань на $\Delta\xi_{xy}$) необходимо к его верхней грани приложить тангенциальную силу (напряжение σ_{xy}) (рис. 15.2).

В пределах упругой деформации выполняется закон Гука:

$$\bar{\sigma}_{xy} = \mu \frac{\Delta\xi_{xy}}{\Delta y}$$

или при $\Delta y \rightarrow 0$:

$$\sigma_{xy} = \mu \frac{\partial \xi_{xy}}{\partial y}.$$

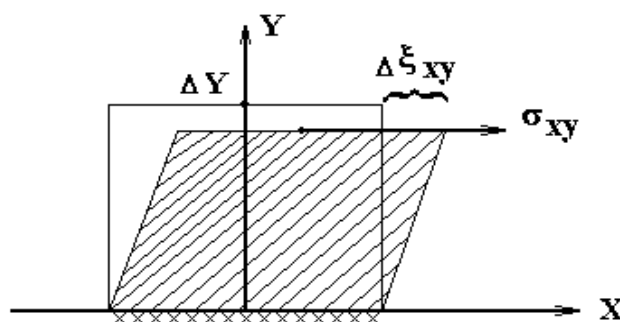


Рис. 15.2

Коэффициент μ представляет собой модуль сдвига. Для жидкостей и газов $\mu = 0$, отсюда следует невозможность распространения в этих средах поперечных звуковых волн.

Скорость распространения сдвиговых волн, как известно [1,2], вычисляется по формуле

$$c_\tau = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}}. \quad (15.29)$$

Модули E и μ для твердых тел численно отличаются друг от друга, причем $E > \mu$, поэтому скорость распространения продольной волны больше скорости распространения сдвиговой волны. Если на одном конце стержня одновременно возбуждаются импульсы продольной и сдвиговой волн, то приходят они к другому концу стержня в различные моменты времени.

В ограниченных твёрдых телах могут распространяться также волны других типов. Из них основное значение имеют: поверхностные волны (волны Рэлея), нормальные волны в слоях (волны Лэмба),

изгибные волны.

Поверхностные волны – упругие волны, распространяющиеся вдоль поверхности твёрдого тела или вдоль границы твёрдого с другими средами и затухающие при удалении от границ. Физическое объяснение природы поверхностных волн состоит в том, что тонкий приповерхностный слой твёрдого тела имеет модули упругости, отличающиеся от модулей упругости внутренних участков. Молекулы, находящиеся на поверхности кристаллической решетки и внутри её испытывают различное силовое воздействие со стороны ближайших соседей.

Поверхностные волны бывают двух классов: с вертикальной поляризацией, у которых частицы колеблются в плоскости, перпендикулярной к граничной поверхности, и с горизонтальной поляризацией, у которых вектор смещения частиц среды параллелен граничной поверхности.

Волны с вертикальной поляризацией называются волнами Рэлея. Они распространяются вдоль границы твёрдого тела. Энергия их локализована в приповерхностном слое толщиной от λ до 2λ . Частицы в волне движутся по эллипсам, большая полуось которых перпендикулярна к границе, а малая – параллельна направлению распространения волны. Фазовая скорость Рэлея $c_R \approx 0,9c_t$, где c_t – фазовая скорость плоской поперечной волны.

В слоях-листах, стенках труб возбуждаются нормальные моды, их называют волны Лэмба. Волны Лэмба имеют волновидный механизм распространения. Т.е. распространяются в виде нормальных волн, образующихся в результате последовательных отражений от стенок. Скорость распространения этих волн зависит от толщины слоя и частоты.

Симметричные S и антисимметричные a моды волн отличаются симметричным и антисимметричными движениями относительно среднего сечения слоя (рис. 15.3).

Различные моды волн распространяются с разными скоростями. Скорости продольных, поперечных и поверхностных волн в большинстве

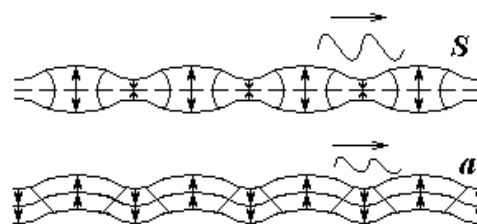


Рис. 15.3

материалов не зависят от частоты. Скорости волн в пластинах и стержнях зависят от произведения толщины изделия на частоту.

ЛЕКЦИЯ 16. ЗВУКОВЫЕ (УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ) ВОЛНЫ

16.1. Величины, характеризующие звуковую (ультразвуковую) волну

Решением волновых уравнений (15.11) и (15.19) является уравнение бегущей волны скорости смещения

$$u = u_0 \cdot \cos(\omega t \mp kx). \quad (16.1)$$

Уравнение бегущей волны для смещения частиц из положения равновесия ξ получим, воспользовавшись соотношением $u = \frac{\partial \xi}{\partial t}$.

Имеем

$$\xi = \xi_0 \cdot \sin(\omega t \mp kx). \quad (16.2)$$

В выражениях (16.1) и (16.2) знак "минус" относится к прямой волне (распространяющейся в положительном направлении оси X), а знак "плюс" – к обратной (встречной) волне.

Величина ω называется круговой частотой ($[\omega] = \text{с}^{-1}$). На практике чаще всего применяют циклическую частоту $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, измеряемую в герцах (Гц). Для высоких частот используются более крупные единицы – килогерцы ($1 \text{ кГц} = 10^3 \text{ Гц}$) и мегагерцы ($1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$). Величина, обратная циклической частоте, носит название периода колебаний $T = \frac{1}{\nu}$.

Величина $k = \frac{\omega}{c}$ называется волновым числом, а величина

$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{c}{\nu}$ – длиной волны звука и характеризует пространственную периодичность волны, подобно тому, как T определяет ее временную периодичность. Величины ξ_0 и u_0 , которые связаны соотношением $u_0 = \omega \xi_0$, называются соответственно амплитудой смещения и амплитудой колебательной скорости.

При решении волнового уравнения получают амплитуду прямой и обратной волн как произвольные постоянные. Их фактические

значения в каждой конкретной задаче должны определяться из граничных и начальных условий.

Деформация равна

$$S = \frac{\partial \xi}{\partial x} = \mp k\xi = \mp \frac{\omega}{c} \xi. \quad (16.3)$$

Условие малости амплитуды может быть представлено в виде

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} \ll 1 \text{ или } \frac{\omega \xi_0}{c} \ll 1. \quad (16.4)$$

Таким образом, амплитуда колебательной скорости должна быть мала по сравнению со скоростью звука.

В соответствии с законом Гука для механического напряжения имеем

$$f = E \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} = \mp kE\xi = \mp \frac{E}{c} \omega \xi = \mp \frac{E}{c} \xi, \quad (16.5)$$

где E – модуль упругости ($\beta \equiv E^{-1}$).

Коэффициент пропорциональности между напряжением и скоростью называется акустическим сопротивлением R

$$R = \frac{f}{u} = \frac{k}{\beta \omega} = \frac{1}{c\beta} = \sqrt{\frac{\rho}{\beta}} = \rho c. \quad (16.6)$$

Подобно закону Ома для тока колебательная скорость пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна акустическому сопротивлению

$$u = \frac{f}{R}. \quad (16.7)$$

В идеальных средах (при отсутствии диссипации энергии) напряжение и скорость смещения частиц изменяются в одной фазе.

Ускорение частиц среды

$$\ddot{\xi} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \xi. \quad (16.8)$$

Кинетическая энергия частицы, имеющей объем dV , равна

$$\frac{1}{2} \rho \cdot dV \dot{\xi}^2 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2 \cdot \sin^2(\omega t - kx) \cdot dV. \quad (16.9)$$

Такое же значение имеет потенциальная энергия.

Плотность энергии, т.е. полная энергия в единице объема среды

$$\rho\omega^2\xi_0^2 \cdot \sin(\omega t - kx). \quad (16.10)$$

Таким образом, плотность энергии оказывается пульсирующей во времени величиной. Ее среднее значение за период определяется соотношением

$$\Omega = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2. \quad (16.11)$$

Интенсивность звука I равна энергии, переносимой звуковой волной через нормальную единичную площадку в единицу времени. Через круговую площадку, перпендикулярную к направлению распространения волны, за время dt переносится энергия, заключенная в цилиндре длиной $c \cdot dt$. Учитывая, что площадь основания цилиндра в соответствии с определением интенсивности выбирается равной 1 и, принимая во внимание выражение для плотности энергии (16.11), имеем

$$I = \frac{1}{2}\rho c\omega^2\xi_0^2. \quad (16.12)$$

Общепринятой единицей размерности интенсивности звуковой волны является Вт/см^2 (в системе единиц СИ $[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$).

Некоторые численные оценки. Интенсивность $1 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ условно можно отнести к верхней границе звукового диапазона малых амплитуд, хотя при такой интенсивности начинают сказываться некоторые нелинейные эффекты. Однако, такое значение интенсивности еще очень далеко от предельно допустимой величины: с помощью фокусирующих устройств удавалось получать (в малом объеме $\sim 1 \text{ см}^3$) интенсивность до 70 кВт/см^2 .

Величина скорости звука в воде $c \approx 1500 \text{ м/с}$, в растительных и технических маслах несколько меньше - $c \approx 1100 \text{ м/с}$.

Амплитуда колебательной скорости в звуковой волне указанной интенсивности $\omega\xi_0 = \sqrt{\frac{2I}{\rho c}} \approx 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Амплитуда смещения для частоты 1 МГц $\xi_0 \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Амплитуда ускорения $\omega^2\xi_0 \approx 7 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2$, т. е. колебательное ускоре-

ние в $7 \cdot 10^4$ раз превосходит ускорение силы тяжести. Амплитуда деформации $\frac{\omega \xi_0}{c} \approx 7 \cdot 10^{-5}$. Амплитуда механического напряжения

(звукового давления) $\rho c \omega \cdot_0 \approx 1,6 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1,6 \text{ ат.}$

В газах акустическое сопротивление гораздо меньше, чем в жидкостях. Так, для воздуха $c = 330 \text{ м/с}$; $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$; $R = 430 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}$. Поэтому при той же амплитуде смещения интенсивность звука составит $2,8 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/см}^2$.

В архитектурной акустике, в радиоакустике, в технике БЖД и некоторых специальных областях науки и техники применяется единица ДЕЦИБЕЛ (дБ) – логарифмическая единица измерения отношений энергий или мощностей. В дБ измеряется уровень, т.е. величина, пропорциональная десятичному логарифму отношения энергий, мощностей, интенсивностей звука

$$N = 10 \lg \frac{I_1}{I_2} \text{ дБ.}$$

Разность уровней для двух звуковых давлений p_1 и p_2 определяется формулой

$$N = 20 \lg \frac{p_1}{p_2} \text{ (дБ).}$$

Поскольку $I \sim p^2$, то 10 дБ имеет наименование бел.

Уровень звукового давления в воздухе в дБ измеряется относительно условно единичного значения интенсивности, которое соответствует звуковому давлению $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$, т.е.

$$N = 20 \lg \frac{p}{p_0}.$$

Увеличения уровня на 1 дБ близко к наименьшему различимому на слух [5].

16.2. Направленное акустическое излучение

Для ультразвуковой дефектоскопии (диагностики) применяются акустические волны с частотой, лежащей значительно выше предела слышимости – ультразвуки частоты порядка 10^6 - 10^7 Гц. Это делается главным образом для того, чтобы можно было посылать остро на-

правленные пучки излучения.

Пусть излучателем акустических волн служит пластинка квадратной формы, колеблющаяся по толщине (рис. 16.1). Излучение об-

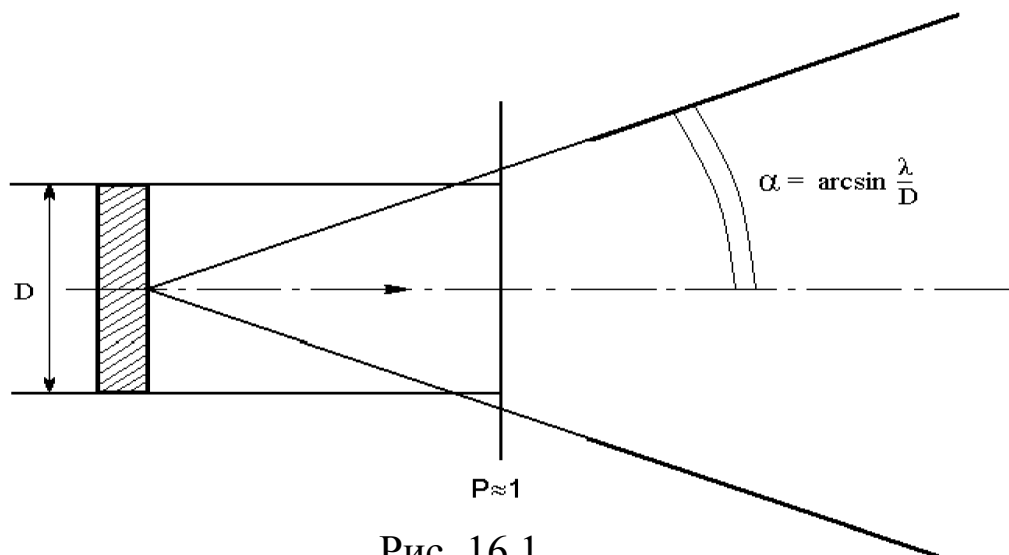


Рис. 16.1

ладает тем более острой направленностью, чем меньше угол α , определяемый уравнением

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{D}.$$

Расхождение звукового пучка будет тем больше, чем больше отношение длины волны λ к соответствующему размеру излучающей системы (сторона квадратной пластины D или диаметр круглой пластинки).

Для того чтобы получить $\alpha=10^\circ$, при размере пластинки 2 см, необходима длина волны около 0,5 мм. В металле это соответствует частоте колебаний около 8 МГц, т.е. частоте, лежащей в радиодиапазоне. Если линейные размеры излучающей пластинки меньше, чем длина волны, она излучает по всем направлениям.

Пока волновой параметр мал («ближняя» зона), т.е.

$$P = \frac{\sqrt{R\lambda}}{D} \ll 1,$$

волна, излучаемая пластинкой, является плоской, а поперечное сечение прожекторной зоны представляет собой квадрат со стороной D . В формуле R – расстояние от излучающей пластинки до интере-

сующей нас точки на оси прожекторной зоны.

Практически установлено, что для обеспечения плоского фронта волны и минимальной расходимости пучка в ближней зоне, необходимо, что бы выполнялось следующее соотношение

$$\frac{d}{\lambda} > 20,$$

где d - диаметр кварцевой пластинки.

Отличие имеется только в очень тонких переходных слоях (рис. 16.2); их толщина – порядка нескольких $\sqrt{R\lambda}$. При увеличении волнового параметра (при удалении от пластинки)

толщина этих пограничных слоев увеличивается, и там, где $\sqrt{R\lambda} \approx D$, т.е. $P \approx 1$, в сечении прожекторной зоны звукового пучка переходной слой занимает значительную площадь. При дальнейшем увеличении волнового параметра $P \gg 1$ волна принимает структуру расходящегося веера, которая изображена на рисунке 16.3.

Итак, в ближней зоне ($P \ll 1$) имеет место прямолинейное распространение волны. В области больших P распространение волны приобретает веерообразный характер, причем раствор веера тем больше, чем меньше диаметр излучающей пластинки.

Физическая природа «размытия» и усложнения внутренней структуры звукового пучка по мере удаления от источника колебаний связана с явлением дифракции волн. В соответствии с принципом Гюйгенса – Френеля каждый элемент волновой поверхности служит источником вторичной волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS , убывает с расстоянием r от источника по закону $1/r$:

$$dA = q \frac{A_s \cdot dS}{r} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0 - kr),$$

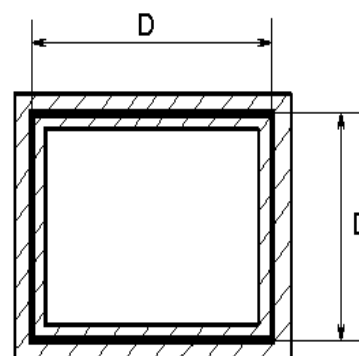


Рис. 16.2

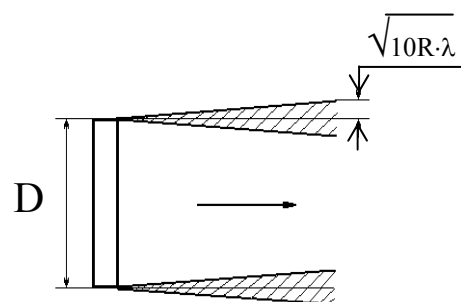


Рис. 16.3

где A_S – амплитуда колебательного давления на поверхность S ;
 q – коэффициент, зависящий от ориентации площади dS ;
 $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебания в месте расположения волновой поверхности;
 k – волновое число.

Согласно принципу суперпозиции волна, излучаемая колеблющейся пластинкой, описывается формулой:

$$A = \iint \frac{q \cdot A_S}{r} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0 - kr) \cdot dS, \quad (16.13)$$

где двойной интеграл берется по всей активной поверхности колеблющейся пластинки.

16.3. Отражение и прохождение звука через границу раздела двух сред

При падении звуковой волны на границу раздела двух сред в общем случае появляются две волны — отраженная и прошедшая (преломленная). Мы рассмотрим лишь случай нормального падения плоской монохроматической волны на плоскую границу раздела сред. Сформулируем граничные условия.

При одновременном существовании на границе трех волн (падающая, отраженная и прошедшая) должны быть выполнены условия непрерывности сплошности среды и равенство сил по обеим сторонам границы раздела.

Допустим, что две среды разделены плоскостью $x = 0$ так, что по обеим сторонам имеются среды со значениями плотности и скорости звука $\rho_1 c_1$ и $\rho_2 c_2$. На границе раздела при $x = 0$ смещение частиц первой и второй сред вследствие неразрывности среды равны:

$$\xi_1 = \xi_2. \quad (16.14)$$

Поэтому равны и производные по времени:

$$\dot{\xi}_1 = \dot{\xi}_2; \quad (16.15)$$

$$\ddot{\xi}_1 = \ddot{\xi}_2. \quad (16.16)$$

Вследствие третьего закона Ньютона должны быть одинаковыми и звуковые давления

$$p_1 = p_2. \quad (16.17)$$

Запишем уравнение движения двух сред в виде:

$$\frac{\partial^2 \xi_1}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} = 0.$$

Учитывая (16.16), получим:

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x}.$$

Откуда

$$\frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x}. \quad (16.18)$$

Таким образом, на границе раздела двух сред отношение градиентов давления равно отношению плотностей.

Расположим ось X так, чтобы ее положительное направление было противоположно направлению падающей волны. Первая среда находится в области отрицательных значений x , вторая – в области положительных x (рис. 16.4).

Плоская волна в первой среде состоит из отраженной волны и падающей волны.

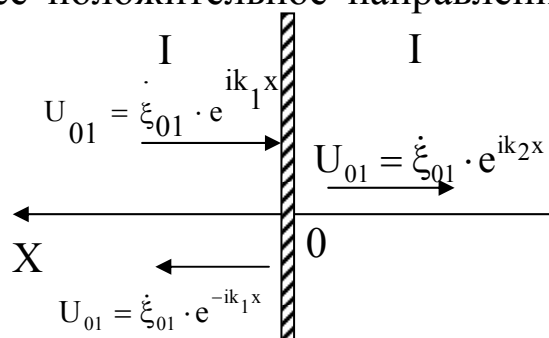


Рис. 16.4

Воспользовавшись экспоненциальной формой представления уравнения волны, запишем

$$\dot{\xi}_1 = (\dot{\xi}_{01} \cdot e^{ik_1 x} + \dot{\xi}'_{01} \cdot e^{-ik_1 x}) \cdot e^{i\omega t};$$

$$p_1 = (p_{01} \cdot e^{ik_1 x} + p'_{01} \cdot e^{-ik_1 x}) \cdot e^{i\omega t}.$$

Во второй среде имеется только проходящая волна

$$\dot{\xi}_2 = \dot{\xi}_{02} \cdot e^{ik_2 x} \cdot e^{i\omega t};$$

$$p_2 = p_{02} \cdot e^{ik_2 x} \cdot e^{i\omega t}.$$

На границе раздела ($x = 0$) имеем:

$$\dot{\xi}_{01} + \dot{\xi}'_{01} = \dot{\xi}_{02};$$

$$p_{01} + p'_{01} = p_{02}. \quad (16.18')$$

Между давлением и колебательной скоростью существует со-

отношение:

$$\frac{p}{\dot{\xi}} = \pm \rho c, \quad (16.18'')$$

где знак "плюс" берут для волны, распространяющейся в положительном направлении оси x , а знак "минус" для волны, распространяющейся в противоположном направлении.

Используя эти соотношения, имеем:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{01} + \dot{\xi}'_{01} &= \dot{\xi}_{02}; \\ \rho_1 c_1 (\dot{\xi}_{01} - \dot{\xi}'_{01}) &= \rho_2 c_2 \dot{\xi}_{02}. \end{aligned} \quad (16.19)$$

Поделив первое уравнение на $\dot{\xi}_{01}$, а второе - на $\rho_1 c_1 \dot{\xi}_{01}$ получим:

$$1 + r_u = \tau_u; 1 - r_u = \varepsilon \tau_u, \quad (16.20)$$

где $r_u \equiv \frac{\dot{\xi}'_{01}}{\dot{\xi}_{01}}$ — коэффициент отражения волны скорости;

$\tau_u \equiv \dot{\xi}_{02} / \dot{\xi}_{01}$ — коэффициент прохождения;

$\varepsilon \equiv \rho_2 c_2 / \rho_1 c_1$ — отношение волновых сопротивлений.

16.4. Коэффициенты отражения и прохождения звуковых волн

Решая уравнения (16.20), находим:

$$r_u = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}, \quad \tau_u = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + 1}. \quad (16.21)$$

Исключив из (16.18') с учетом (16.18'') $\dot{\xi}$ можно получить уравнение для давления

$$\begin{aligned} p_{01} + p'_{01} &= p_{02}; \\ \frac{1}{\rho_1 c_1} (p_{01} - p'_{01}) &= \frac{1}{\rho_2 c_2} p_{02}. \end{aligned}$$

Обозначив, $r_p \equiv \frac{p'_{01}}{p_{01}}$, $\tau_p \equiv \frac{p_{02}}{p_{01}}$, $\varepsilon \equiv \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$ перепишем эти уравне-

ния в виде:

$$\begin{aligned} 1 + r_p &= \tau_p, \\ \varepsilon(1 - r_p) &= \tau_p. \end{aligned} \quad (16.22)$$

Решая систему уравнений (16.22) относительно r_p и τ_p , нахо-

дим:

$$\begin{aligned} r_p &= \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}, \\ \tau_p &= \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + 1}. \end{aligned} \quad (16.23)$$

Так как между давлением и интенсивностью имеются соотношения

$$I_1 = \frac{p_{01}^2}{2\rho_1 c_1}; I'_1 = \frac{(p'_{01})^2}{2\rho_1 c_1}; I_2 = \frac{p_{02}^2}{2\rho_2 c_2},$$

то коэффициент отражения и прохождения звука по интенсивности определяется по формулам:

$$\begin{aligned} r_I &= \frac{I'_1}{I_1} = \frac{(p'_{01})^2}{p_{01}^2} = r_p^2; \\ \tau_I &= \frac{I_2}{I_1} = \frac{p_{02}^2}{p_{01}^2} \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} = \tau_p^2 \frac{1}{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (16.24)$$

Через приведенное волновое сопротивление ε эти коэффициенты выражаются по формулам:

$$r_I = \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \right)^2; \tau_I = \frac{4\varepsilon}{(1 + \varepsilon)^2}. \quad (16.25)$$

Рассмотрим применение формул прохождения и отражения для крайнего случая, когда $\varepsilon \ll 1$. Это практически получается, если звук проходит из твердого тела в воздух.

При распространении звука из акустически жесткой среды в мягкую ($\rho_1 c_1 \gg \rho_2 c_2$) коэффициент отражения волны давления имеет значение $r_p \approx -1$.

Это значит, что при прохождении волны давления из твердого тела в воздух амплитуда отраженной волны давления приблизительно равна амплитуде падающей волны, но имеет противоположный знак. Иными словами, фаза волны давления при отражении от акустически мягкой среды изменяется на π (можно сказать, что происходит потеря полуволны). Коэффициент прохождения τ_p в этом случае приблизительно равен 0, то есть волна практически не проходит во вторую среду. То же самое происходит, если взять коэффициент прохождения по интенсивности:

$$\tau_I = \frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} = \frac{\frac{4\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}}{\left[1 + \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\right]^2} = \frac{4\rho_1 c_1 \rho_2 c_2}{(\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2)^2} \approx 4 \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} \approx 0.$$

Если же среды отличаются по своим волновым сопротивлениям не столь резко, то возможно наряду с отражением и частичное прохождение волны во вторую среду.

ЛЕКЦИЯ 17. АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

17.1. Диссипация акустической энергии, обусловленная вязкостью и теплопроводностью среды

Акустические измерения широко используются в научных исследованиях и различных технологических процессах. Измерения такого рода сводятся главным образом к измерению скорости распространения и коэффициента поглощения акустических волн в исследуемых средах. Они применяются в молекулярной акустике [1], теоретическую основу которой составляет релаксационная теория. На основе данных о дисперсии звука и об особенностях его поглощения получают сведения о различных молекулярных процессах в газах, жидкостях, полимерах. Результаты измерений в диапазоне частот от 0,1 МГц до 10 ГГц позволяют выяснить особенности молекулярной структуры вещества, определить энергию взаимодействия молекул, проверить гипотезы о тех или иных моделях молекулярной структуры вещества. Ультразвуковые методы, основанные на измерениях скорости и затухания звука, используются также в технике для определения свойств и состава веществ. Ульттраакустические измерения позволяют выявить дисперсный состав гетерогенных сред, устойчивость системы, осуществлять контроль различных физических и химических процессов, протекающих при получении полимеров, в том числе синтетического каучука, в пищевой промышленности, в производстве минеральных удобрений, в нефтедобывающей промышленности и т.п. В реальной среде, характеризующейся определенной сдвиговой и объемной вязкостью, теплопроводностью, различного рода включениями, амплитуда бегущей волны убывает с расстоянием, т.е. упругая энергия рассеивается (диссипирует), превращаясь в конечном итоге в тепловую энергию [1]. Если интенсивность плоской зву-

ковой волны на расстоянии x от источника равна $I(x)$. То вследствие диссипации упругой энергии в плоскопараллельном слое среды толщиной dx происходит убыль интенсивности dI на величину

$$dI = -\gamma_{\text{э}} I \cdot dx, \quad (17.1)$$

где $\gamma_{\text{э}}$ - энергетический коэффициент поглощения.

Разделив переменные в уравнении (17.1) имеем

$$\frac{dI}{I} = -\gamma_{\text{э}} \cdot dx.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от источника ($x = 0$, $I = I_0$) до произвольной точки x , получим закон уменьшения интенсивности звука с расстоянием

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\gamma_{\text{э}} x}. \quad (17.2)$$

Согласно (3.12) $I \sim \xi_0^2$, поэтому после извлечения из обеих частей выражения (17.2) квадратного корня, получим

$$\xi = \xi_0 \cdot e^{-\frac{\gamma_{\text{э}}}{2} x}$$

или

$$\xi = \xi_0 \cdot e^{-\alpha x}, \quad (17.3)$$

где $\alpha \equiv \frac{\gamma_{\text{э}}}{2}$ - коэффициент поглощения звуковой волны.

Из (17.3) следует, что в результате диссипации звуковой энергии амплитуда смещения частиц убывает с расстоянием по экспоненциальному закону, причем энергетический коэффициент поглощения равен удвоенному амплитудному коэффициенту поглощения.

Рассмотрим вклад в диссипацию звуковой энергии механизмов, связанных с вязкостью и теплопроводимостью сред. Подсчитаем энергию dI , которая превращается в тепло в объеме $dV = dx \cdot l$ из-за действия вязких сил. При деформации вязкой среды помимо упругой составляющей напряжения действует еще и вязкая составляющая, пропорциональная скорости деформации, т.е.

$$f_{\eta} = \eta \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \cdot \partial t}. \quad (17.4)$$

На элемент объема dV действует вязкая сила $dF_\eta = \frac{\partial f_\eta}{\partial x} \cdot dx$. Работа этой силы за единицу времени (т.е. мощность)

$$dF_\eta \cdot \dot{\xi} = \eta \frac{\partial^2 \dot{\xi}}{\partial x^2} \dot{\xi} \cdot dx. \quad (17.5)$$

Усредняя по времени, получим:

$$dI = \frac{1}{T} \int_0^T (\eta \frac{\partial^2 \dot{\xi}}{\partial x^2} \dot{\xi} \cdot dx) \cdot dt = \left[\frac{1}{T} \int_0^T \eta \frac{\partial^2 \dot{\xi}}{\partial x^2} \dot{\xi} \cdot dt \right] \cdot dx. \quad (17.6)$$

В первом приближении, считая волну синусоидальной, примем

$$\xi = \xi_0 \cdot \cos(\omega t - kx); \quad \dot{\xi} = -\xi_0 \omega \cdot \sin(\omega t - kx).$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{\xi}}{\partial x^2} &= -k^2 \dot{\xi}; \quad \frac{\partial^2 \dot{\xi}}{\partial x^2} \dot{\xi} = -k^2 (\dot{\xi})^2 = k^2 \xi_0^2 \omega^2 \cdot \sin^2(\omega t - kx); \\ \frac{1}{T} \int_0^T \eta (-k^2 \xi_0^2 \omega^2) \cdot \sin^2(\omega t - kx) \cdot dt &= \\ &= -\eta k^2 \xi_0^2 \omega^2 \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t - kx) \cdot dt; \\ \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t - kx) \cdot dt &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

С учетом выполненных преобразований перепишем выражение (17.5)

$$dI = -\frac{\eta \omega^4 \xi_0^2}{2c^2} \cdot dx. \quad (17.7)$$

Уравнение (17.7) можно представить следующим образом

$$dI = -\frac{\eta \omega^2}{\rho c^3} I \cdot dx. \quad (17.8)$$

Сравнивая правые части (17.7) и (17.1), находим

$$\gamma_{\text{э}} = \frac{\eta \omega^2}{\rho c^3}; \quad (17.9)$$

$$\alpha = \frac{\eta \omega^2}{2\rho c^3}. \quad (17.10)$$

Следует отметить, что в выражениях (17.9) и (17.10) под коэффициентом η понимают эффективную вязкость. Для продольных волн

$$\eta = \eta_V + \frac{4}{3}\eta_S, \quad (17.11)$$

где η_S - сдвиговая вязкость;

η_V - объемная вязкость.

Объемная вязкость η_V определяет диссипативные силы, возникающие при всестороннем расширении или сжатии реальной среды.

Таким образом, коэффициент поглощения, обусловленный эффективной вязкостью, прямо пропорционален квадрату частоты. Однако этот вывод на практике подтверждается лишь в области относительно низких частот, что связано с релаксационными свойствами вязкости и относится к предмету изучения молекулярной акустики [1]. Вклад теплопроводности в поглощение звука впервые был учтен Кирхгофом в 1868 г.

При распространении звука в фазе сжатия происходит нагревание, а в фазе разряжения – охлаждение среды. В результате теплообмена между местами с различной температурой будет происходить обмен энергией, так что процесс деформации оказывается не строго адиабатным. Теплообмен между соседними полуволнами влечет за собой уменьшение амплитуды звукового давления (возмущение плотности) и способствует превращению упругой энергии в тепловую энергию.

Поглощение звука, вызванное теплообменом, для не слишком высоких частот, пропорционально квадрату частоты

$$\alpha_T = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \chi \left(\frac{1}{C_V} - \frac{1}{C_P} \right), \quad (17.12)$$

где χ – коэффициент теплопроводности среды;

C_P и C_V - молярные теплоемкости.

Суммарный коэффициент поглощения звука имеет вид:

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left[\frac{4}{3} \eta_s + \eta_v + \chi \left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p} \right) \right]. \quad (17.13)$$

Формула (17.13) при $\eta_v = 0$ носит название формулы Стокса-Кирхгофа.

Полезно оценить сравнительную роль разных членов в выражении (17.13). Вопрос о роли объемной вязкости мы рассмотрим отдельно. Вклад сдвиговой вязкости и теплопроводности в поглощение оказывается различным. В случае газов вязкость и теплопроводность примерно одинаково влияют на поглощение. Для большинства жидкостей (за исключением жидких металлов) член с теплопроводностью составляет несколько процессов и его можно не учитывать. В жидких (расплавленных) металлах большая часть поглощения вызвана теплопроводностью.

17.2. Акустическая релаксация

Вычисленное значение поглощения по формуле (17.12) в предположении, что $\eta_v = 0$, называется стоксовским значением ($\alpha_{ст}$). Поскольку $\alpha \sim \omega^2$, на практике удобно вычислять величину

$$\Pi = \frac{\alpha}{v^2}. \quad (17.14)$$

В табл. 17.1 даны значения поглощения для некоторых газов и жидкостей, вычисленные по формуле Стокса-Кирхгофа и измеренные экспериментально.

Поглощение ультразвука в некоторых газах и жидкостях

Таблица 17.1.

Вещество, температура $t = 20^\circ\text{C}$	Частота ν , кГц	Давление p , ат.	Поглощение Π , $10^{-13} \text{ см}^{-1} \text{ Гц}^{-2}$	
			Эксперимент	Теория
Воздух	132 - 400	1,0	2,94 – 3,99	1,24
Углекислый газ	304,4	0,98	27,1	1,30
Ацетон	$(5 \div 70) \cdot 10^3$	1	30	7,0
Вода	$(7 \div 250) \cdot 10^3$	1	25	8,5
Тосол	$(1 \div 75) \cdot 10^3$	1	80	7,8
Ртуть	$(20 \div 50) \cdot 10^3$	1	6,0	5,05

Как видно из табл. 17.1, экспериментальное значение поглощения превышает вычисленное по формуле Стокса-Кирхгофа. Это расхождение невелико только в одноатомных жидкостях.

Количественное отклонение эксперимента от теории связано с пренебрежением объемной вязкостью η_V . Наблюдаемое “сверхстоксовское” поглощение $\alpha'' = \alpha_{\text{эксп}} - \alpha_{\text{ст}}$ позволяет рассчитать объемную вязкость среды (другого метода определения η_V не существует).

Все отклонения от классической теории были полностью объяснены теорией акустической релаксации, разработанной в самом общем виде советскими физиками Л. И. Мандельштамом и М. А. Леонтовичем в 1937 г. К настоящему времени разработан ряд конкретных релаксационных механизмов, имеющих свою специфику и по-разному проявляющихся на диссипации звуковой энергии.

Распространение звуковой волны, строго говоря, представляет собой термодинамически неравновесный процесс. При резком (“мгновенном”) повышении давления в среде восстановление равновесного состояния требует конечного (не нулевого) времени. Такой процесс называется в термодинамике релаксацией, а время установления равновесия – временем релаксации.

Если деформация вещества сопровождается неравновесными процессами, то она оказывается термодинамически необратимой, энтропия при этом возрастает, а энергия деформации необратимо переходит в энергию теплового движения - рассеивается.

Один из релаксационных механизмов, способных привести к дополнительному поглощению звуковой энергии, состоит в установлении равновесного распределения энергии между внутренними и внешними степенями свободы молекул. При любой заданной температуре на каждую степень свободы должна приходиться определенная энергия. По теореме Больцмана эта энергия составляет $\frac{1}{2}k_B T$ на поступательную и вращательную и $k_B T$ на колебательную степень свободы. При прохождении звуковой волны температура периодически изменяется. Соответственно изменяется и равновесное значение энергии, которое должно приходиться на каждую степень свободы. Однако фактическое распределение энергии не может мгновенно следовать за равновесным значением. Непосредственно при сжатии

возбуждаются только поступательные степени свободы (внешние), при столкновениях между молекулами, часть этой энергии переходит на колебательные (внутренние) степени свободы. Время, за которое отклонение от равновесия убывает в e раз, называют временем релаксации τ .

Благодаря релаксации возбуждения внутримолекулярных колебаний наблюдается диссипация упругой энергии, которая интерпретируется как проявление объемной вязкости η_V [1].

Объемная вязкость изменяет свое значение с частотой

$$\eta_V(\omega) = \frac{\eta_{V0}}{1 + \omega^2 \tau_V^2}, \quad (17.15)$$

где η_{V0} - статическое значение объемной вязкости.

Следовательно, коэффициент поглощения растет с частотой медленнее, чем по квадратичному закону (что и наблюдается на опыте). Уменьшение объемной вязкости с частотой называют релаксацией вязкости.

Среди различных релаксационных механизмов особую роль играет так называемая структурная релаксация, впервые исследованная И.Г. Михайловым с сотрудниками [1]. При прохождении звуковой волны в жидкости происходят процессы перестройки структуры, т.е. изменения во взаимном расположении и ориентации молекул, степени ассоциации. Все эти изменения связаны с изменениями плотности и температуры в звуковой волне, т.е. проявляются в форме объемной вязкости. С аналогичными процессами связана и сдвиговая вязкость, так как взаимное перемещение молекул при течении жидкости требует преодоления тех же сил межмолекулярного взаимодействия и энергетических барьеров. Поэтому рассмотрение релаксационных процессов перестройки структуры при объемной деформации и при сдвиге объединяется под общим названием структурной релаксации. Сдвиговая часть эффективной вязкости также оказывается зависящей от частоты

$$\eta_s = \frac{\eta_{s0}}{1 + \omega^2 \tau_s^2}, \quad (17.16)$$

где η_{s0} - статическое значение сдвиговой вязкости, измеренное при стационарном течении жидкости или газа.

17.3. Акустические свойства гетерогенных сред

Гетерогенная среда – это неоднородная среда. К числу гетерогенных сред относятся различные эмульсии, суспензии, коллоиды, в том числе и магнитные коллоиды – магнитные жидкости. Такие среды называют еще дисперсными.

Присутствие в среде-носителе (дисперсионная среда) инородных различных включений (дисперсная фаза), отличающихся плотностью и сжимаемостью от носителя придает ей специфические упругие свойства. Скорость распространения звука в них существенно зависит от концентрации частиц дисперсной фазы ϕ .

Плотность двухкомпонентной системы может быть представлена в виде

$$\rho = \rho_1(1 - \phi) + \rho_2\phi, \quad (17.17)$$

где ρ_1 и ρ_2 - плотности носителя и частиц дисперсной фазы.

Сжимаемость такой системы может быть представлена как сумма удельных сжимаемостей компонент

$$\beta = (1 - \phi)\beta_1 + \phi\beta_2. \quad (17.18)$$

Малость линейных размеров частиц дисперсной фазы по сравнению с длиной звуковых (ультразвуковых) волн позволяет воспользоваться формулой для скорости распространения звуковых волн (15.19). Подставляя в нее ρ и β согласно (17.16) и (17.17), учитывая также, что сжимаемость твердых частиц пренебрежимо мала, получим

$$c = c_1 \left[\left(1 - \phi - \phi \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) (1 - \phi) \right]^{-0,5}, \quad (17.19)$$

где c_1 - скорость звука в жидкости-носителе.

Таким образом, по значению скорости звука можно с высокой точностью определить концентрацию дисперсной фазы и, если это необходимо, осуществить контроль постоянства этого параметра.

При прохождении звуковой волны через гетерогенную среду происходит уменьшение ее интенсивности. Однако, затухание звуковой волны в данном случае обусловлено не только поглощением упругой энергии в дисперсной среде и в частицах дисперсной среды, связанным с вязким трением. К механизмам затухания относятся также рассеяние звуковой волны на частицах, взвешенных в жидко-

сти, и возвратно-поступательное перемещение частиц в жидкостиносителе.

Различная плотность компонент дисперсной системы обуславливает их относительное движение при распространении звуковой волны. Благодаря вязкости жидкости-носителя движение частиц относительно среды сопровождается трением, стремящимся уравнивать скорость среды и частиц. Процесс обмена импульсом между различными частицами среды протекает с запаздыванием относительно звуковой волны, что и приводит к добавочному поглощению звука[6,7].

Для добавочного поглощения, обусловленного данным процессом, выведена формула

$$\frac{\Delta\alpha \cdot \lambda}{\varphi} = \frac{4\pi}{9} \frac{(\gamma_0 - 1)^2 \psi (1 + \sqrt{\psi})}{(1 + \sqrt{\psi})^2 + \psi (1 + b\sqrt{\psi})^2}, \quad (17.20)$$

где $\gamma \equiv \frac{\rho_2}{\rho_1}$;

$\psi \equiv (\pi R^2 \rho_1 v) / \eta_s$;

R – радиус частиц дисперсной фазы;

η_s - сдвиговая вязкость дисперсионной среды.

Анализ формулы (17.19) показывает, что при укрупнении дисперсионных частиц до размеров в несколько мкм дополнительное поглощение монотонно возрастает, достигая для $R = 3$ мкм максимального значения $\sim 4,5$. К таким системам, в частности, относятся магнитные жидкости и ферромагнитные суспензии. При дальнейшем увеличении R дополнительное поглощение $\Delta\alpha \cdot \lambda / \varphi$ монотонно убывает. К этой области дисперсных систем относятся многие эмульсии. Добавочное затухание, связанное с рассеянием звука на частицах, в сильной мере зависит от радиуса частиц дисперсной фазы [6,7].

Оно рассчитывается по формуле

$$\frac{\Delta\alpha \lambda}{\varphi} = \frac{8\pi^4 \left(\frac{vR}{c_1} \right)^3 (\rho_2 c_2^2 - \rho_1 c_1^2)^2}{3(\rho_2 c_2^2)^2}, \quad (17.21)$$

где c_1 , c_2 - скорости звука в дисперсионной среде и в дисперсной фазе соответственно.

Если в жидкости – носителе диспергированы твердые частицы, то их волновые сопротивления находятся в соотношении $c_2 \cdot \rho_2 \gg c_1 \cdot \rho_1$. В этом случае выражение (17.20) преобразуется к виду

$$\Delta\alpha \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{8}{3} \pi^4 \cdot \left(\frac{vR}{c_1} \right)^3.$$

Таким образом, дополнительное поглощение оказывается пропорциональным R^3 .

Еще один механизм добавочного поглощения ультразвука в дисперсных системах, обусловлен теплообменом между частицами дисперсной фазы и дисперсионной среды, температура которых по-разному меняется при адиабатных сжатиях и растяжениях в звуковой волне. Теплопроводность жидкостей, как правило, мала по сравнению с теплопроводностью твердых тел. Теплообмен между соседними слоями жидкости в приграничной к твердым частицам области происходит с запаздыванием, что и приводит к добавочному поглощению. При малых концентрациях термическое поглощение дается формулой

$$\frac{\Delta\alpha \cdot \lambda}{\varphi} = \frac{2\pi^2}{3\chi_2} T c_1^2 \rho_1 \rho_2^2 C_{p2}^2 R^2 v \left(\frac{\chi_2}{\chi_1} + \frac{1}{5} \right) \left(\frac{q_2}{\rho_2 C_{p2}} - \frac{q_1}{\rho_1 C_{p1}} \right)^2, \quad (17.22)$$

где χ - коэффициент теплопроводности;

q – коэффициент теплового расширения;

C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении;

T – абсолютная температура.

Для дисперсной системы жидкость-твердые частицы можно принять $\chi_2 \gg \chi_1$, $q_1 \gg q_2$, в этом случае выражение (17.22) принимает вид

$$\frac{\Delta\alpha \cdot \lambda}{\varphi} = \frac{2\pi^2}{3\chi_1} T c_1^2 \rho_1 \rho_2^2 C_{p2}^2 R^2 v \frac{q_1^2}{\rho_1^2 C_{p1}^2},$$

откуда следует, что в такой системе термическое поглощение возрастает при уменьшении теплопроводности жидкости-носителя и не за-

висит от теплопроводности диспергированных твердых частиц.

Экспериментальные данные об ослаблении звукового пучка и интенсивности рассеянного звука на разных частотах позволяют получить уникальную информацию о геометрических, механических и термодинамических параметрах частиц дисперсной фазы [6-9].

ЛЕКЦИЯ 18. АКУСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ И КОНТРОЛЯ

18.1. Излучатели и приемники ультразвука

Многочисленные методы акустических измерений можно условно разбить на две большие группы: абсолютные и относительные методы. Абсолютные измерения какой-либо физической величины предполагают прямое (независимое) получение значений измеряемого параметра. Относительное измерение – получение исследуемого параметра в относительном выражении к соответствующему параметру другого (эталонного) вещества [5].

В различных измерениях технологического характера чаще всего применяется ультразвуковой диапазон частот ($10^5 - 10^8$ Гц). Для самой низкочастотной области ультразвука длина волны не превышает в большинстве случаев несколько см. Малость длины волны обуславливает лучевой характер распространения волны. Если диаметр излучателя превосходит длину волны на порядок или более, то вблизи излучателя ультразвуковые волны распространяются в виде пучков, поперечный размер которых сохраняется близким к размеру излучателя. Попадая на крупные (по сравнению с длиной волны) препятствия или неоднородности в среде, такой пучок испытывает отражение и преломление в соответствии с законами геометрической акустики. При попадании ультразвукового пучка на малые препятствия или дефекты возникает рассеяние волны, что позволяет обнаружить в среде весьма малые неоднородности, порядка сотых долей мм.

Излучателями ультразвука служат электроакустические преобразователи; они преобразуют колебания электрического напряжения или тока в механические колебания твердого тела, которое и излучает в окружающую среду акустические волны. Как правило, применяются пьезоэлектрические излучатели в виде пластин из пьезокерамики или кристаллов пьезоэлектриков (кварца, ниобата лития и др.), совершающих продольные или сдвиговые резонансные колебания по

толщине. Принцип действия пьезоэлектрических излучателей ультразвука основан на обратном пьезоэлектрическом эффекте, суть которого заключается в деформации пьезопластинки (сжатие, растяжение, изгиб) при приложении к ней электрического напряжения. Во многих важных для практики случаях связь между деформацией и напряженностью электрического поля можно считать линейной:

$$\frac{\Delta \ell}{\ell} = dE,$$

где коэффициент пропорциональности d называется пьезомодулем данного пьезоэлектрика.

В силу кристаллической анизотропии значение d различно для различных направлений в кристалле.

Пьезоэлектрическая пластинка как любая механическая колебательная система характеризуется определенной резонансной частотой (набором резонансных частот), возбуждение на которой позволяет получить максимальную амплитуду излучаемой ультразвуковой волны. Так, для кварцевой пластинки (X-срез), совершающей колебания по толщине, резонансная частота (основная гармоника) может быть получена по формуле

$$\nu_p = \frac{2,88 \cdot 10^5}{\ell} \text{ (Гц)},$$

где ℓ – толщина пластинки, выраженная в см.

Из кристаллических пьезопреобразователей наиболее часто применяют кристаллы кварца, сегнетовой соли. Из керамических – твердые растворы титаната бария (BaTiO_3), цирконата-титаната свинца (ЦТС).

Из кристаллов кварца можно получить пьезопреобразователи, чувствительные только к конкретным типам волн, например, только к поперечным, либо только к продольным. Это достигается тем, что из кристаллов вырезают пластины строго определенной ориентировки по отношению к его оптическим и электрическим осям. По своему пьезомодулю кварц уступает другим пьезоматериалам, но по стабильности он намного превосходит их. Поэтому применение кварцевых излучателей оправдано в высокоточных измерительных установках, работающих в сложных температурных условиях (точка Кюри кварца 576°C). Обычно в акустических головках кристаллы кварца

применяют в виде монолинейных пластин, размеры которых по площади не превышают 70 см^2 , а по толщине – 0,5 см.

Пьезокерамика из титаната бария и разработанных на его основе твердых растворов применяется для ультразвуковых измерений как материал, обладающий высокими пьезоэлектрическими свойствами (но уступающий кварцу по температурной стабильности пьезоэлектрических характеристик). В настоящее время разработана и широко применяется пьезокерамика, полученная с применением различных химических присадок и совершенной технологии. Эти материалы намного превосходят по своим данным кристаллы, стабильны по характеристикам, относительно дешевы.

В качестве приемников ультразвука также в основном применяют преобразователи пьезоэлектрического типа. Принцип действия их основан на прямом пьезоэлектрическом эффекте, состоящем в появлении связанных зарядов на противоположных поверхностях пьезопластинки при приложении к ней механического напряжения сжатия или растяжения

$$q = d \frac{F}{S},$$

где d - тот же самый пьезомодуль.

Линейная зависимость между q и F/S является важным свойством приемного устройства, позволяющим без искажения передавать поступивший сигнал в электронные устройства по усилению и обработке акустической информации.

Излучателем и приемником ультразвуковых колебаний может служить одна и та же пьезоэлектрическая пластинка, если измерения проводятся в импульсном режиме. В зависимости от условий применения приемники делают либо резонансными, либо широкополосными. В случае резонансных приемников частота принимаемых акустических колебаний совпадает с собственной резонансной частотой пьезопластинки; в этом случае достигается максимальная чувствительность приема, но вместе с тем принимаемые колебания ограничены по частоте.

Для подведения электрического напряжения к пьезопластинке ее противоположные поверхности покрываются тонким слоем металла (чаще всего - серебра). Пьезоэлектрическая пластинка размещается в специальном механически прочном корпусе – в акустиче-

ской головке.

18.2. Методы измерения скорости звука (ультразвука)

Различные методы измерения скорости распространения звуковых волн реализуются в двух режимах излучения – в непрерывном и в импульсном. Принципиальное преимущество методов, использующих непрерывное излучение, состоит в определенности значения частоты звуковых колебаний, тогда как в импульсных методах приходится иметь дело с короткими акустическими импульсами, которые по существу представляют собой целый спектр гармонических колебаний. Фурье-анализ показывает, что чем короче звуковые импульсы (чем меньше звуковых колебаний укладывается в импульсе), тем существеннее вклад гармоник кратной частоты ω_n ($\omega_n = \omega_0 n$, ω_0 – частота основной гармоники, $n = 2, 3, 4, \dots$) и тем более затруднительной оказывается интерпретация полученных результатов с точки зрения их принадлежности к основной частоте ω_0 .

Наиболее распространенным прибором, предназначенный для измерения скорости звука в непрерывном режиме, является ультразвуковой интерферометр, принцип действия которого основан на явлении интерференции (наложения) прямой и обратной акустических волн. Блок-схема типичного ультразвукового интерферометра представлена на рисунке 18.1.

Акустическая кювета 1 заполняется исследуемой средой, в котором пьезоэлектрическим преобразователем 2 возбуждается плоская ультразвуковая волна.

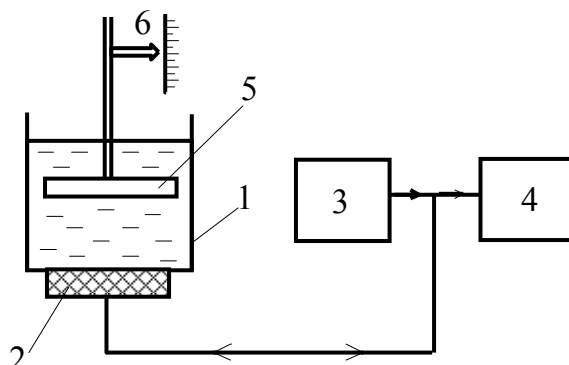


Рис. 18.1.

Высокочастотное напряжение на пьезопреобразователь поступает от стабилизированного по частоте и амплитуде генератора 3 и измеряется схемой регистрации 4. Плоский рефлектор (отражатель) 2 устанавливается параллельно поверхности пьезопластины с возможностью плавного перемещения вдоль направления распространения волны. Расстояние от рефлектора до пьезопреобразователя измеряется отсчетным механизмом 6 (функционирующим подобно микрометру).

При определенных расстояниях между поверхностями излучателя и рефлектора в исследуемой среде возникает система стоячих волн, причем каждый раз при перемещении рефлектора на $\lambda/2$, где λ – длина волны, система стоячих волн возобновляется. Сопротивление акустической нагрузки преобразователя при образовании стоячей волны резко изменяется, что фиксируется схемой регистрации.

Так, если в качестве регистрирующего прибора использовать осциллограф, на Y – вход которого подать переменное напряжение, то на экране можно будет наблюдать при перемещении рефлектора периодические «всплески» амплитуды (рис. 18.2а). На рисунке 18.2а рефлектор и излучатель параллельны друг другу.

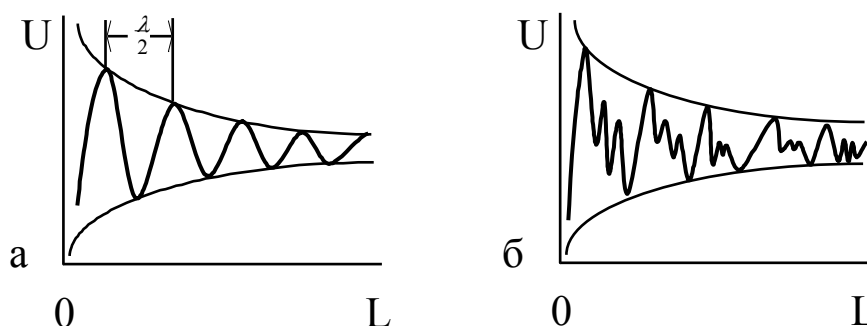


Рис. 18.2

Если в результате перемещения рефлектора на расстояние L наблюдалось N всплесков, то это значит, что на указанном отрезке разместилось $N - 1$ стоячая волна, и что $\lambda = 2L/(N - 1)$. Искомая скорость определяется как

$$c = \frac{2Lv}{N - 1}.$$

Относительная ошибка измерения скорости звука определяется суммой погрешностей измерения L и v и, как правило, при условии термостатирования, не превосходит 0,05%. Однако, при отсутствии параллельности между рефлектором и излучателем в картине «пи-ков» появляются так называемые сателлиты (рис. 18.2б), которые ошибочно могут быть восприняты как «истинные» максимумы, что, безусловно, приведет к грубой ошибке.

Интерферометрический метод измерения скорости звука является абсолютным.

Существует большое разнообразие приборов, предназначенных для измерения скорости ультразвука в импульсном режиме. Блок-схема прибора для измерения скорости распространения ультразву-

ковых волн (абсолютный метод) представлена на рисунке 18.3. Задающий генератор 1 одновременно запускает генератор импульсов 2 и развертку осциллографа 3, работающего в ждущем режиме. Генератор импульсов 2 возбуждает пьезоэлектрический излучатель 4, посылающий акустический сигнал исследуемую среду 5. Акустический импульс, пройдя исследуемую среду, попадает на пьезоэлектрический приемник 6, снова преобразующий его в электрический сигнал. Электрический сигнал (радиоимпульс), представляющий собой затухающую синусоиду, усиливается усилителем 7, детектируется и поступает на Y- вход осциллографа 3. Измерение интервала времени между моментами посылки сигнала и приходом прошедшего через среду импульса τ производят по меткам времени, получаемым при помощи специального устройства. Скорость ультразвука при этом определяется по формуле

$$c = \frac{S_0}{\tau},$$

где S – акустический путь импульса (база измерений). Погрешность измерений скорости ультразвука таким прибором обычно не превышает 0,1%.

Для проведения высокоточных измерений скорости ультразвука применяют установки, содержащие измерительную и калиброванную линии. Блок-схема такой установки показана на рисунке 18.4. Задающий генератор 1 запускает развертку осциллографа 2 и генератор импульсов 3. Радиоимпульсы попадают на пьезоэлектрические преобразователи измерительной линии 4 и калибровочной линии 5. Акустические сигналы, прошедшие измеряемую 6 и эталонную среды 7, попадают на пьезопри-

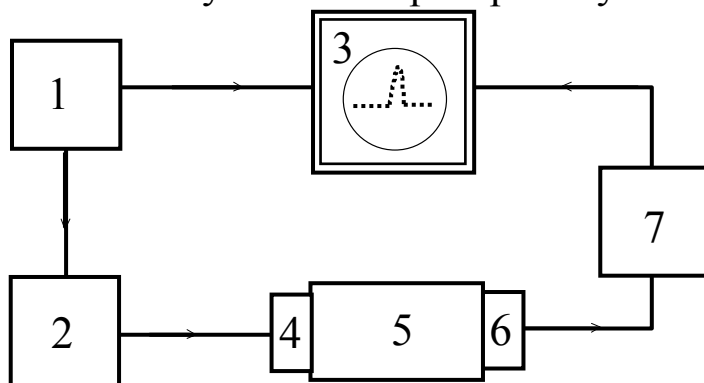


Рис. 18.3

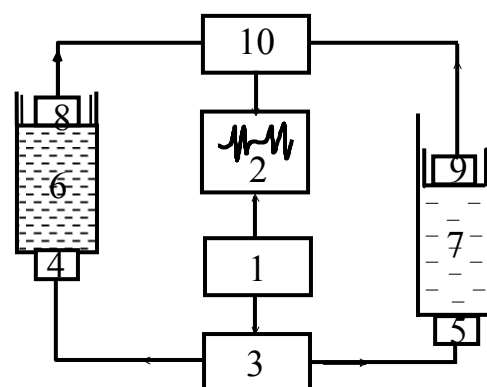


Рис. 18.4

емники 8 и 9, возбуждая в них электрические импульсы. Последние усиливаются усилителем 10 и попадают на вход осциллографа 2. На экране осциллографа при этом наблюдается два смещенных относительно друг друга импульса. Калибровочная линия устроена таким образом, чтобы приемник мог перемещаться относительно излучателя по вертикали. Перемещение приемника может фиксироваться при помощи оптико-механических измерителей с точностью до 0,001 мм. В качестве эталонной среды обычно используют дистиллированную воду. В тех случаях, когда измерения сопровождаются колебаниями внешней температуры, в качестве эталонной жидкости используют водный раствор очищенного этилового спирта, обладающего постоянством скорости распространения ультразвука в широком интервале температур.

Перемещая приёмник калибровочной линии 9 добиваются совпадения обоих импульсов на экране осциллографа 2. Момент совпадения фиксируется по удвоению амплитуда импульса. Этот момент соответствует равенству времён прохождения сигналов в измерительной линии и в калибровочной τ_x и τ_9 .

Формула для расчёта скорости звука в исследуемой среде имеет вид

$$c_x = c_9 \frac{L_x}{L_9},$$

где c_9 - скорость звука в эталонной жидкости;

L_x и L_9 - длина акустического пути в исследуемой и эталонной средах.

Очевидно, что данный метод является относительным, т.к. для получения значения c_x требуется знание c_9 . Относительная погрешность измерения скорости может достигать 0,003%.

Практика ультразвуковых измерений часто требует проведения непрерывного цикла исследований с регистрацией через определённое время скорости прохождения ультразвуковых волн. Это особенно важно при исследовании длительно протекающих процессов, когда применение обычных приборов требует круглосуточного дежурства высококвалифицированных специалистов. В таких случаях целесообразно применение полуавтоматических измерительных установок. Для достижения этой цели часто применяется специальная электронная схема, получившая название синхрокольца (автоцирку-

ляции). На рисунке 18.5 показана блок-схема измерителя скорости, работающего по принципу синхрокольца. Генератор очень коротких импульсов длительностью $\sim 1 \mu\text{с}$ при длительности переднего фронта $\sim 0,1 \mu\text{с}$ и напряжением до 50 В, которые поступают на пьезопреобразователь 2, преобразующий их в короткие ультразвуковые сигналы.

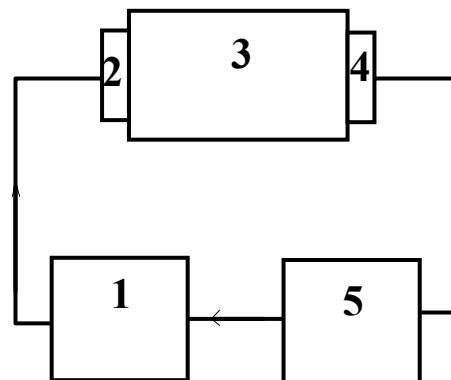


Рис. 18.5

В качестве пьезопреобразователей обычно применяются кристаллические кварцевые пластинки X-среза с частотой собственных колебаний $4 \div 5 \text{ МГц}$. Ультразвуковой сигнал проходит через исследуемую среду 3, преобразуется пьезоэлектрическим приёмником 4, усиливается и формируется приёмным устройством 5, после чего запускает блокинг-генератор 2.

Таким образом, частота следования импульсов определяется в основном скоростью ультразвука в исследуемой среде c_x и длиной акустического пути ℓ . Зная частоту автоциркуляции ν , которую можно измерить с высокой точностью стандартным электронным частотомером, рассчитывается скорость ультразвука

$$c = \ell \nu.$$

Однако, абсолютные измерения скорости при помощи метода автоциркуляции затруднены по той причине, что, как правило, для уменьшения частоты следования импульсов до уровня "срабатывания" блокинг-генератора, необходимо дополнить базу измерений акустической линией задержки (обычно - стальной стержень длиной $\sim 5 \text{ см}$).

При относительных измерениях с постоянной базой скорость ультразвука можно найти из формулы

$$c_x = c_э \frac{\nu}{\nu_э},$$

где $c_э$ - скорость ультра звука в эталонной жидкости;

$\nu_э$ и ν - частоты следования импульсов при заполнении кюветы эталонной и исследуемой жидкостью.

Эта формула получена в предположении, что дополнительное время задержки τ_3 , обусловленное прохождением звука акустической линии задержки и задержкой переднего фронта зондирующего им-

пульса в кабелях и усилителе, мало по сравнению со временем прохождения акустического импульса через исследуемую среду. В этом нетрудно убедиться, если исходить из того, что $\tau_x = \ell/c_x$, $\tau_3 = \ell/c_3$ и

$$\frac{c_x}{c_3} = \frac{\tau_3}{\tau_x} = \frac{\frac{\ell}{v_3} - \tau_3}{\frac{\ell}{v} - \tau_3} = \frac{v}{v_3} \frac{(\ell - \tau_3 v_3)}{(\ell - \tau_3 v)}.$$

Откуда получается предыдущая формула в предположении $v \approx v_3$ и $v\tau_3 \ll \ell$.

Указанное условие легко достигается подбором подходящей длины акустического пути в исследуемой среде. Точность измерений скорости звука по методу синхрокольца достигает 0,05 %.

Высокая точность измерений скорости звука, как в непрерывном, так и в импульсном режиме обусловлена высокой точностью прямых измерений расстояния и частоты колебаний, осуществляемых современными оптико-механическими измерителями перемещений и электронными частотомерами. Однако следует иметь в виду, что погрешность абсолютных измерений скорости зависит ещё и от уровня термостатирования исследуемого объекта

$$\Delta c = \Delta c_0 + a_t \cdot \Delta t,$$

где Δc_0 - абсолютная ошибка измерений данным методом;

Δt - абсолютная ошибка измерений температуры;

$a_t \equiv \frac{\Delta c}{\Delta T}$ - температурный коэффициент скорости звука.

Для жидких сред (исключение составляет вода) можно принять $a_t = -3,5$ м/(с К), поэтому при фиксировании температуры с точностью 0,2 °С соответствующая ошибка будет составлять $\pm 0,7$ м/(с К).

18.3. Методы измерения коэффициента поглощения звуковой (ультразвуковой) волны

Методы измерения поглощения звуковых волн разнообразны и зависят от вещества, в котором поглощение звука измеряется, диапазона частот и величины коэффициента поглощения. Во многих методах измерения важно выделить истинное поглощение и отделить его от других явлений, приводящих к уменьшению амплитуды звука, таких, как сферическое расхождение звукового пучка, дифракционные

эффекты, рассеяние, потери при отражении от склеек и границ раздела сред с различными акустическими сопротивлениями. При изменениях оценочного характера можно воспользоваться приборами, предназначенными для измерения скорости звука - ультразвуковым интерферометром или импульсной установкой. В первом случае коэффициент поглощения может быть найден по спаду экстремумов на кривой реакции (рис. 18.1). Многие типы импульсных установок позволяют фиксировать не только первый прошедший импульс, но и последующие акустические импульсы, многократно отраженные от границы раздела исследуемая среда - пьезопреобразователь, амплитуда которых монотонно убывает, что используется для оценки величины коэффициента поглощения.

Наиболее точным абсолютным методом измерения коэффициента поглощения ультразвуковой волны в жидких фазах является импульсный метод, основанный на непосредственном измерении уменьшения амплитуды акустического импульса с расстоянием между излучателем и приёмником. Он позволяет измерять поглощение с точностью нескольких процентов.

Блок-схема импульсной установки для измерения коэффициента поглощения в жидкостях показана на рисунке 18.6.

Задающий генератор импульсов 1 одновременно запускает развертку осциллографа 2, работающего в режиме внешней синхронизации, и подает импульс на усилитель мощности 3. Усиленные до требуемого уровня радиоимпульсы поступают на излучающий кварц 4, преобразующий высокочастотное напряжение в ультразвуковые сигналы. Последние распространяются в исследуемой среде 5 вдоль акустической оси и поступают на приемный кварц 6,

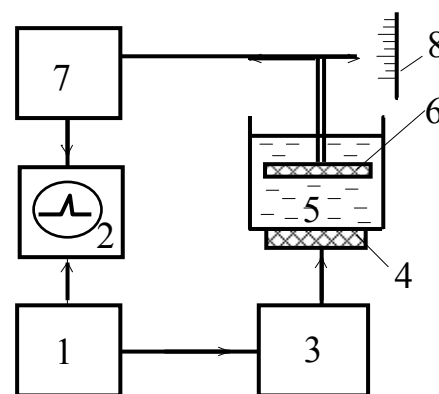


Рис. 18.6

который действующие на него звуковое давление преобразует в радиоимпульсы. Радиоимпульсы поступают на вход приемника-усилителя 7, имеющего проградуированный аттенюатор (делитель напряжения), а на выходе - детектор. Видеоимпульсы поступают на Y - вход осциллографа 2. В установке предусмотрена возможность плавного перемещения пьезоприемника и фиксирования его положе-

ния с помощью оптико-механического измерителя перемещений 8.

Поглощение звука в среде характеризуется экспоненциальными законами измерения амплитуды смещения или интенсивности звуковой волны. Однако вследствие дифракционных эффектов, ультразвуковой пучок по мере удаления от излучателя претерпевает расхождение, имеющее немонотонный характер. Чтобы уменьшить погрешность, связанную с этим фактором, приемник не должен выходить за пределы "ближнего поля" (не более 10-12 см от излучателя при выполнении условия $D/\lambda > 20$, где D - диаметр кварцевой пластины).

При абсолютных измерениях коэффициента поглощения должно выполняться требование малости амплитуды звука, обусловленное существованием нелинейных эффектов. При распространении волны конечной амплитуды происходит искажение формы волны - она становится не строго синусоидальной, т. е. появляются высшие гармонические составляющие, что приводит к увеличению затухания звука. Поэтому при измерениях поглощения необходимо тщательно следить за выполнением условия малости амплитуды. Каждый раз, проверяя отсутствие амплитудной зависимости затухания в данном измерении.

При использовании импульсного метода измерений коэффициента поглощения следует принимать во внимание и то обстоятельство, что ультразвуковая волна не является монохроматической. Чтобы погрешность, вносимая немонохроматичностью, была меньше 1%, достаточно, чтобы в течение импульса произошло не менее 15-20 колебаний высокой частоты. Поскольку поглощение ультразвука в среде характеризуется экспоненциальной зависимостью убывания амплитуды колебаний с расстоянием, то, учитывая линейную зависимость между механическим и электрическим напряжениями при прямом и обратном пьезоэффектах, можно записать:

$$\alpha = \frac{1}{\ell_2 - \ell_1} \ln \frac{U_1}{U_2},$$

где $\ell_2 - \ell_1$ - изменение расстояния между излучающими и приемными кварцами;

U_1/U_2 - отношение амплитуд напряжения сигналов, принятых на входе приемника до и после перемещения пьезоприемника.

Величина U_1/U_2 определяется подведением уровня второго при-

нятого импульса до уровня первого с помощью аттенюатора.

Для получения надежных результатов приемный кварц перемещается на возможно большее расстояние, причем измерения производятся в нескольких точках. Затем по полученным данным строится график зависимости $U/U_0(\ell)$, где U_0 - амплитуда видеоимпульса в исходной точке. Если этот график оказывается прямой линией, то это является одним из показателей отсутствия ошибок.

В стремлении упростить измерительную установку и сократить время измерений предпринимались попытки измерений поглощения звука с постоянной фазой. Например, предлагалось задействовать два пьезоприемника одновременно, разместив их на расстоянии Z_1 и Z_2 от измерителя. На каждый из пьезоприемников приходится половина поперечного сечения звукового пучка. Коэффициент поглощения в этом случае получится из соотношения

$$\alpha = \frac{1}{Z_2 - Z_1} \ln \frac{U_1}{U_2}.$$

Указанная методика не получила распространения из-за большой погрешности изменения α , т.к. результат получен по данным измерений в двух точках. В этом случае усиливается неопределенность, связанная с дифракционными эффектами и конечностью амплитуды колебаний.

Сконструировать установку с постоянной базой не удастся по той причине, что при замене эталонной жидкости исследуемой средой резко изменяется соотношение акустических сопротивлений материалов в акустической ячейке установки, что неизбежно отражается на амплитуде принятого импульса. Внесение соответствующей поправки в результат измерений в каждом случае представляет собой весьма сложную задачу.

Однако если в условиях эксперимента (технологического прогресса) заведомо остается неизменным акустическое сопротивление исследуемой среды, то методика измерений коэффициента поглощения с постоянной базой не только приемлема, но и предпочтительна, так как исключается возможность механического разрушения структуры исследуемого объекта в результате перемещения приемной акустической головки. Такой случай представился при исследовании добавочного поглощения $\Delta\alpha$ в магнитной жидкости, помещенной в однородное магнитное поле [4].

Применимость данной методики можно обосновать путём выполнения следующих простых расчётов. Пусть на излучающий пьезопреобразователь поступает высокочастотный электрический импульс с амплитудой U_m , тогда вследствие обратного пьезоэффекта происходит деформация пьезовибратора и его активная поверхность колеблется с амплитудой [3,4]

$$\xi_0 = \xi_s Q,$$

где ξ_s - статическое смещение активной поверхности;

Q - добротность однополуволнового вибратора.

Статическое смещение прямо пропорционально амплитуде электрического напряжения U_{m1}

$$\xi_s = A_1 U_{m1}.$$

Причём коэффициент пропорциональности A_1 зависит лишь от величины пьезокоэффициента и модуля упругости пьезоэлемента. Добротность рассчитывается по формуле

$$Q = \frac{\pi r c}{4 \rho_{ж} c_{ж}},$$

где (rc) и $(\rho_{ж} c_{ж})$ - волновое сопротивление материала пьезоэлемента и жидкости.

Амплитуду звукового давления у поверхности излучателя можно найти из выражения [3]

$$p_0 = rc \xi_0 \omega_r,$$

где ω_r - резонансная (основная) частота пьезоэлектрической пластины.

Учитывая записанные выше соотношения, получим

$$p_0 = \pi A_1 \omega_r (rc) U_{m1} / (4 \rho_{ж} c_{ж}).$$

После прохождения звукового импульса через исследуемую среду его амплитуда изменится и станет равной

$$p = p_0 \cdot e^{-\alpha L}.$$

В силу прямого пьезоэффекта на гранях однополуволнового приемного пьезопреобразователя возникает электрическое напряжение в виде импульсов с высокочастотным заполнением. Электрические импульсы до поступления на отклоняющие пластины электронного осциллографа усиливаются широкополосным усилителем, и детектируется, после чего их амплитуда принимает значение

$$U_{m2} = A_2 q d_{пл} p = A_2 q d_{пл} p_0 \cdot e^{-\alpha L},$$

где q - пьезоэлектрический модуль давления;

$d_{пл}$ – толщина пьезопластины;

A_2 – коэффициент усиления.

Если заменить исследуемую жидкость другой с волновым сопротивлением $(\rho'_ж \cdot c'_ж)$ и коэффициентом поглощения α' , то получим

$$U'_{m2} = A_2 q d_{пл} p_0' \cdot e^{-\alpha l},$$

где $p_0' = \pi A_1 \omega_r (\rho c)_2 U_m / (4 \rho'_ж c'_ж)$.

Нетрудно видеть, что

$$U_{m2} / U'_{m2} = (\rho'_ж c'_ж) / [(\rho_ж c_ж) \cdot \exp(\alpha' - \alpha)].$$

Проведенные нами исследования [11] показали, что в устойчивых магнитных жидкостях скорость звука с точностью до $\leq 0,2\%$ остается постоянной с изменением как продольного, так и поперечного магнитного поля, остается неизменной также плотность. Учитывая постоянство акустического сопротивления среды, будем иметь

$$\Delta \alpha = \frac{1}{1} \ln(U_{m2} / U'_{m2}).$$

18.4. Интенсивность звуковых волн

Для измерения амплитуды (уровня) звукового давления в воздухе применяются электродинамические приемники, работа которых основана на явлении электромагнитной индукции. Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея, в проводящем контуре возникает ЭДС, если магнитный поток Φ_M , проходящий через него, меняется со временем

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_M}{dt},$$

где $\Phi_M = \int_S B_n \cdot dS$;

n - нормаль к поверхности, охватываемой контуром;

S – площадь этой поверхности.

В электродинамических приемниках изменение потока происходит при колебаниях проволоочной катушки относительно постоянного магнитного поля. Конструкция их поясняет на рисунке 18.7. Проволоочная катушка 1 связывается с колеблющейся под действием звука диафрагмой 2 и помещается в зазор магнитной цепи, создаваемой постоянным магнитом 3, фланцами 4 и 5. Диафрагма возвращается в положение равновесия гофрированным воротником 6.

Чувствительность электродинамического приемника в воздухе $1 \div 10$ мВ/Па динамический диапазон – в пределах $15 \div 140$ дБ, неравномерность частотной характеристики $3 \div 4$ дБ.

Другой разновидностью приемников звуковых колебаний является так называемый конденсаторный микрофон, работа которого основана на принципе изменения электрической емкости воздушного конденсатора при колебаниях одной из пластин. На рисунке 18.8 показана схема, поясняющая принцип действия приемника.

Конденсатор состоит из неподвижного электрода 1 и подвижной металлической мембраны 2. Для преобразования изменений емкости в электрический сигнал к неподвижному электроду 1 подводится постоянное напряжение $100 \div 200$ В.

Переменное электрическое напряжение, пропорциональное смещению подвижного электрода 2, снимается с включенного последовательно с конденсатором нагрузочного сопротивления. Используется также включение конденсатора в контур высокочастотного генератора, частота которого модулируется в такт с изменением емкости. Такой приемник обычно применяется для измерения звукового давления в газовых средах.

Конденсаторные микрофоны могут работать и без поляризующего напряжения. Это достигается применением тонкой электретной пленки, помещенной в зазоре между электродами. Электретный связанный заряд сохраняется в течение десятков лет; вместе с тем повышается безопасность эксплуатации устройства.

Измерение интенсивности ультразвуковых волн в жидкости имеют ряд отличительных черт.

В реальном ультразвуковом пучке интенсивность убывает от оси пучка, где концентрируется большая часть энергии. Кроме того, на небольших расстояниях от излучателя (в ближнем поле) наблю-

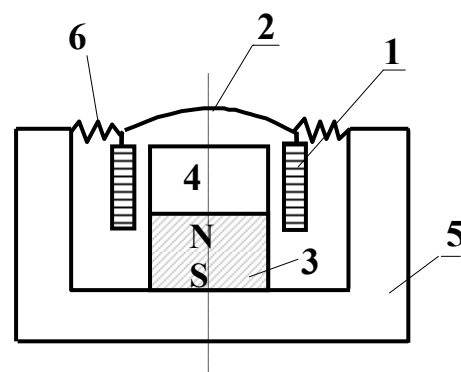


Рис. 18.7

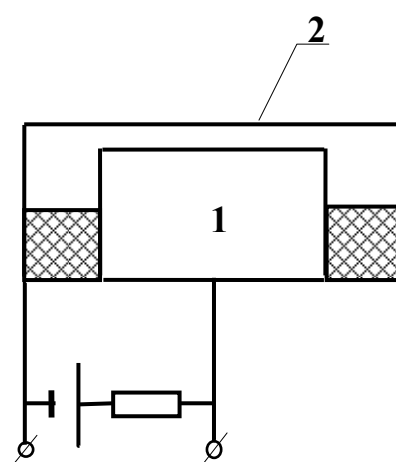


Рис. 18.8

даются области максимумов и минимумов интенсивности, возникающие вследствие дифракции волн. Поэтому измеряется всегда среднее значение интенсивности по площади, равной площади эффективной поверхности измерительного прибора. Чем меньше эта площадь, тем меньше отклонения интенсивности от среднего значения. Выбор площади зависит от цели измерений: если необходимо определить максимальное значение интенсивности в пучке, измерения следует производить на возможно меньшей площади; "Эффективное" значение интенсивности находится измерением по сечению, площадь которого составляет $0,5 \div 0,7$ площади сечения всего ультразвукового пучка.

Кроме того, измерения должны проводиться в неискаженном поле. Поэтому прибор, предназначенный для измерения интенсивности ультразвука, не должен искажать поля, во избежание значительной ошибки в абсолютных измерениях. Следует также добиваться минимального искажения за счет отражений ультразвука от стенок ванны, иначе на приемную плоскость прибора будут попадать волны, ориентированные под разными углами, и прибор зафиксирует завышенное значение интенсивности.

Измерение интенсивности в ультразвуковом диапазоне частот отличаются относительно высокой погрешностью (до 20%). По способу измерений различают механические, оптические и калориметрические методы определения абсолютной интенсивности.

Мы не будем останавливаться на рассмотрении оптических методов измерения интенсивности в виду их ограниченного применения в зависимости от оптической прозрачности сред. Заметим лишь, что физической основой такого рода измерений является образование в жидкости, в которой возбуждены ультразвуковые колебания, дифракционной решетки, постоянная которой равна длине звуковой волны.

Из механических методов наиболее широко распространенным является метод, основанный на измерении так называемого давления излучения, т.е. давления, которое оказывают ультразвуковые волны на препятствие. Теория показывает, что у препятствия, полностью поглощающего ультразвуковую энергию, давление излучения p в случае плоских ультразвуковых волн равно интенсивности, деленной на скорость звука, т.е.

$$p = \frac{I}{c}.$$

У полностью отражающего препятствия, ориентированного перпендикулярно направлению распространения ультразвуковых волн, давление излучения в два раза больше. В этом случае для расчета интенсивности должна быть использована формула

$$I = \frac{pc}{2}.$$

Практически проще осуществляется полное отражение ультразвука от стенки полого диска. Измерение давления сводится к отсчету величины смещения диска из положения равновесия или к определению нагрузки, удерживающей диск в положении равновесия. Чтобы избежать образования стоячих волн, отражающая грань рефлектора ориентируется под некоторым углом к направлению распространения ультразвука (например, 45°). В расчетную формулу в этом случае должен быть введен соответствующий коэффициент.

Для измерения интенсивности излучаемого ультразвука в работе автора [14] производилось взвешивание, погруженной в жидкость акустической головки (рис. 18.9)

Интенсивность ультразвука с частотой 1,2 МГц определялась способом взвешивания на аналитических весах 1 акустической головки, состоящей из титанато-бариевого вибратора 2 и корпуса 3, обеспечивающего электроизоляцию вибратора и акустическую изоляцию его нижней излучающей поверхности. Аналитические веса были превращены в пружинные путем присоединения

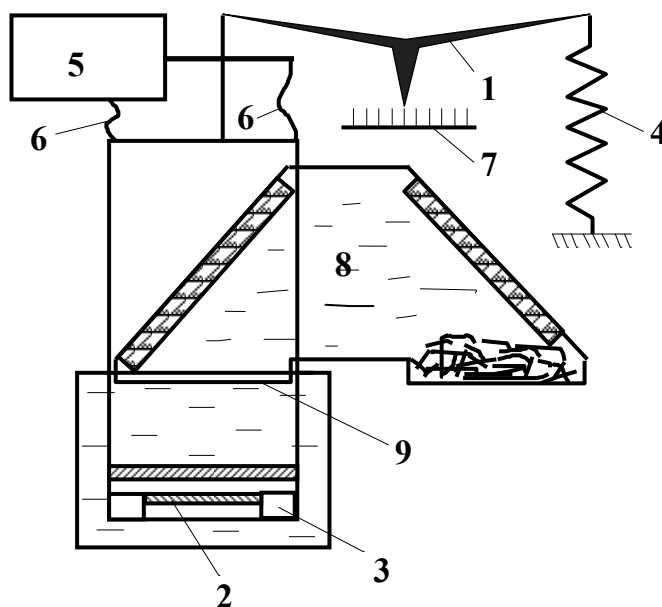


Рис. 18.9

к правому плечу коромысла пружины 4, что позволяет производить измерения при непрерывном изменении напряжения на вибраторе. Электроды пьезовибратора соединились с генератором 5 при помощи проводников из тонкой алюминиевой фольги 6. Отклонение стрелки

весов отсчитывалось по шкале 7. Звукопоглотитель 8 был заполнен дистиллированной водой и отделен от воды в экспериментальном сосуде тонкой звукопрозрачной пленкой 9. Стенки поглотителя были покрыты слоем поролона; на дне его положен слой стеклянной ваты.

Давление, оказываемое ультразвуком на приемник, даже в случае полного отражения от его стенки, невелико, поэтому для измерения этого давления используются чувствительные приспособления, осуществляемые в виде радиометров, ареометров, крутильных весов, аналитических весов. Однако при высокой чувствительности таких приемников значительные помехи вызывают акустический ветер (потoki жидкости, обусловленные градиентом звуковой энергии по оси пучка) и конвекционные потоки.

Калориметрические методы основаны на определении количества тепла, выделившегося в жидкости при полном поглощении жидкостью ультразвуковой энергии. Обычно измеряется приращение температуры жидкости за время включения ультразвукового поля. Для уменьшения потерь тепла за время измерения жидкость заливается в калориметр, куда в простейшем случае погружается и излучатель.

Если температура массы жидкости M за время облучения ультразвуком Δt поднялась на ΔT градусов, то количество тепла, полученного жидкостью (при отсутствии потерь тепла) равно

$$Q = (C'm + CM) \cdot \Delta T,$$

где C - теплоемкость жидкости;

C' и m - теплоемкость и масса калориметра.

Следовательно, мощность ультразвука (W)

$$N = \frac{C'm + Cm}{\Delta t} \cdot \Delta T,$$

а средняя интенсивность

$$I = \frac{C'm + CM}{S \cdot \Delta t} \cdot \Delta T,$$

где S - площадь эффективной поверхности излучателя.

Калориметрический способ определения абсолютной интенсивности ультразвука обладает тем достоинством, что при условии полного поглощения ультразвуковой энергии в калориметре, чем точнее измерено, выделившееся тепло, тем точнее определена интенсивность ультразвука. Исключить ошибки на потере тепла за время из-

мерения можно предварительно градуировкой электрическим током. Определение интенсивности ультразвука производится при этом посредством измерения повышения температуры жидкости: один раз - за счет нагревания током известной мощности, другой раз - ультразвуком, в течение одинакового промежутка времени. При этом возможны ошибки вследствие того, что температура жидкости в точке ее измерения может оказаться различной из-за неодинаковых условий нагревания этой жидкости электрическим током и ультразвуком.

Ошибки калориметрического метода могут быть значительно снижены использованием устройства, предложенного В.А. Шутиловым [13].

В данном устройстве измеряется не приращение температуры, а вызванное им тепловое расширение калориметрической жидкости. Тепловое расширение жидкости не зависит от места и объема ее нагревания, благодаря чему калибровка прибора электрическим током и учет выделившегося тепла могут быть произведены с большой точностью.

Устройство прибора, предназначенного для измерения интенсивности звука схематически изображено на рисунке 18.10.

В сосуд Дьюара 1 заливается «рабочая жидкость» 2 с большим коэффициентом поглощения ультразвука. Для обеспечения более полного поглощения сосуду придана рогаобразная форма, а острие рога заполнено поглотителем 3 в виде стеклянной ваты. Ультразвуковая волна проникает в сосуд через тонкую полимерную пленку 4. (Вместо пленки может быть использована полуволновая пластинка). Расширяющаяся жидкость поднимается по капилляру 5. Внутри сосуда введена нагревательная проволочная спираль 6. Сечение и удельное сопротивление проволоки выбирается такими, чтобы мощности тока были сравнимы с измеряемыми мощностями ультразвука.

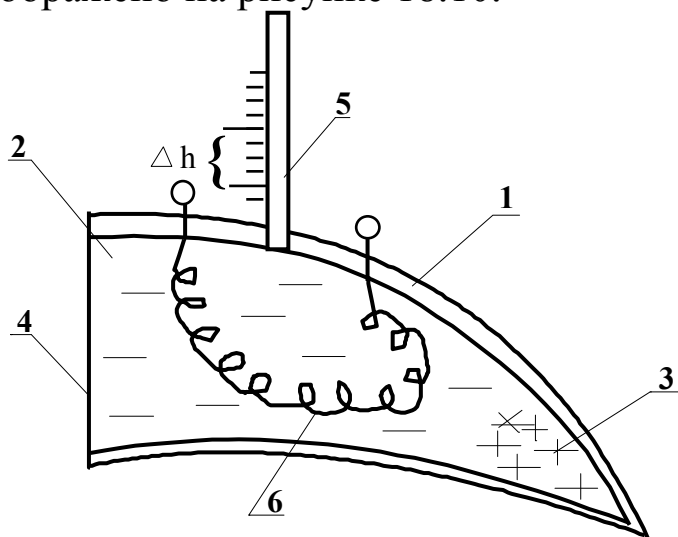


Рис. 18.10

Градуировка прибора производится путем измерения мощности тока, пропускаемого через нагревательную спираль, и измерения времени подъема уровня жидкости в капилляре между двумя фиксированными метками. Другими словами, интенсивность ультразвука измеряют по скорости подъема столбика жидкости в капилляре. Если при электрической мощности W время перемещения уровня жидкости в капилляре в интервале делений шкалы Δh составляет одну секунду, то в случае нагревания ультразвуком этому же времени для того же интервала Δh соответствует интенсивность ультразвука

$$I = \frac{W}{S},$$

где S - площадь входного окошка.

Точность абсолютных измерений интенсивности ультразвука таким методом может быть доведена до 5 - 6%.

18.5. Звуковая вискозиметрия

В различных технологических процессах, например, в производстве синтетического каучука, в лакокрасочной и нефтеперерабатывающей промышленности, в производстве полимеров для измерения вязкости жидких сред применяются ультразвуковые (звуковые) вискозиметры. В отличие от известных статических методов измерения вязкости жидкостей (метод Стокса, прибор Воларовича) ультразвуковая методика обеспечивает непрерывность измерений непосредственно в ходе технологического процесса в широком интервале температур и давлений.

Принцип действия ультразвуковых вискозиметров основан на зависимости декремента затухания (добротности) вибратора, помещенного в исследуемую среду, от ее вязкости [5]. Вибратор обычно представляет собой тонкую пластину, совершающую продольные колебания на резонансной частоте (рис. 18.11). Полуволновая пластинка 1, изготовленная из ферромагнитного материала, совершает продольные колебания таким образом, что ее торцы имеют максимальную амплитуду смещения, а центральный участок –

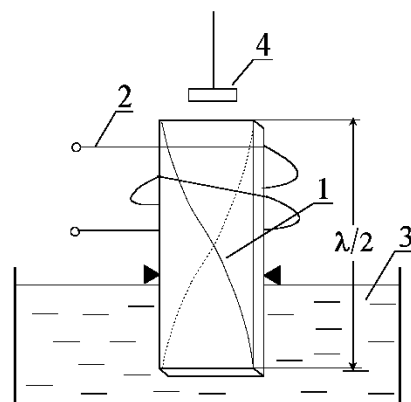


Рис. 18.11

минимальную (узел колебаний). Крепление пластинки осуществляется в узле колебаний. Левая половина пластины находится в переменном магнитном поле возбуждающего колебания соленоида 2, а правая погружается в контролируемую жидкость 3. Датчик емкостного типа 4 создает электрический сигнал, напряжение которого пропорционально амплитуде продольных колебаний.

Методика измерений основана на определении времени затухания колебаний вибратора после его возбуждения коротким импульсом тока в соленоиде. Амплитуда колебаний вибратора изменяется по экспоненциальному закону. Чем больше декремент затухания вибратора (меньше добротность), т. е. чем выше вязкость контролируемой жидкости, тем скорее напряжение датчика 4 будет достигать выбранного уровня. Измеряя время затухания колебаний вибратора, получают информацию о величине сдвиговой вязкости исследуемой жидкой среды.

Ультразвуковые вискозиметры позволяют осуществлять дистанционный контроль, например, на космических кораблях и станциях. Ультразвуковые вискозиметры описанного типа применяются обычно в низкочастотном диапазоне. В высокочастотном диапазоне (десятки МГц) сдвиговая вязкость может быть определена принципиально другим способом – путем измерения коэффициента отражения ультразвуковых импульсов при наклонном падении на поверхность раздела твердое тело – исследуемая жидкость. Измерения сдвиговой вязкости в высокочастотном диапазоне позволяют получить уникальную информацию о релаксации сдвиговой вязкости и, пользуясь соответствующими данными измерения коэффициента поглощения, рассчитать объемную вязкость структурной релаксации.

18.6. Методика измерения расхода вещества

Возможности применения ультразвука в расходоизмерительной технике базируется в основном на использовании доплеровского смещения частоты ультразвуковых колебаний, рассеянных неоднородностями потока и взвесями [15].

Акустический эффект Доплера состоит в изменении частоты принимаемых звуковых колебаний при относительном перемещении приемника и источника звуковой волны. На рисунке 18.12а источник звука покоится, а приемник движется со скоростью v . На рисунке

18.126 источник движется со скоростью v , а приемник покоится.

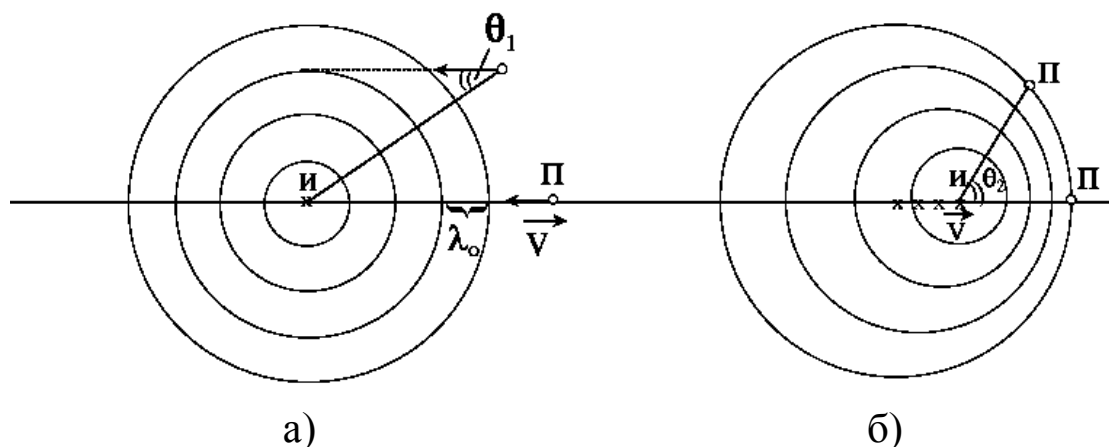


Рис. 18.12

Если приемник Π движется вдоль прямой, проходящей через источник Π , то промежуток времени между двумя соседними “гребнями” волны τ представляет собой величину, обратную частоте принимаемых колебаний ν и находится по формуле

$$\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda_0}{c \pm v},$$

где c – скорость звука в среде. Откуда

$$\nu = \frac{c \pm v}{\lambda_0} = \frac{c}{\lambda_0} \left(1 \pm \frac{v}{c} \right) = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right).$$

Если приемник движется под углом θ_1 к прямой, соединяющей его с источником, то изменение частоты определяется лишь проекцией вектора \vec{V} на эту прямую, т.е.

$$\nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \cdot \cos \theta_1 \right). \quad (18.1)$$

Если же приемник находится в покое, а источник движется по прямой, проходящей через приемник, со скоростью v (рис. 18.15б), то частота, фиксируемая приемником ν , получится из выражения

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0 - vT} = \frac{c}{\lambda_0 - \frac{v}{\nu_0}} = \nu_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c}},$$

где ν_0 – частота источника колебаний (“частота генератора”).

В более общем случае, когда вектор скорости источника \vec{V} на-

правлен под углом θ_2 к прямой, соединяющей источник и приемник, на изменение частоты влияет лишь его проекция на указанную прямую, т.е.

$$v = \frac{v_0}{1 - \frac{v}{c} \cdot \cos \theta_2}. \quad (18.2)$$

Учитывая, что $v \ll c$ и применяя разложение функции в ряд бинома Ньютона, перепишем формулу (18.2)

$$v \approx v_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \cdot \cos \theta_2 \right). \quad (18.3)$$

В формулах (18.1) и (18.3) знак “плюс” соответствует сближению источника и приемника, а знак “минус” – их относительному удалению.

Принцип измерения расхода жидкости, прокачиваемой по трубопроводу, с использованием эффекта Доплера пояснен схематически на рисунке 18.13.

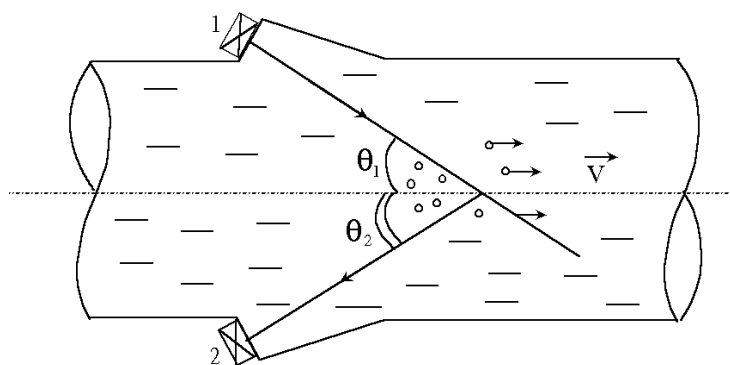


Рис. 18.13

Измерительный участок этих устройств содержит два установленных на трубопроводе преобразователя 1 и 2 с диаграммами направленности, пересекающимися на оси трубопровода. Излучающий преобразователь 1 возбуждается генератором синусоидальных колебаний. Непрерывные ультразвуковые колебания с частотой v_0 рассеиваются на неоднородностях потока, которыми могут служить пузырьки нерастворенных газов, механические включения и даже турбулентные возмущения среды. Перемещающиеся вместе с потоком рассеиватели можно рассматривать как удаляющиеся от источника приемники, “фиксирующие” частоту

$$v = v_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cdot \cos \theta_1 \right).$$

Приемный преобразователь 2 воспринимает пришедшую волну

рассеяния с частотой

$$v = v_1 \left(1 - \frac{v}{c} \cdot \cos \theta_2\right). \quad (18.4)$$

В данном случае выполняется равенство углов θ_1 и θ_2 , поэтому выражение (18.4) можно представить следующим образом:

$$v = v_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cdot \cos \theta\right)^2 \approx v_0 \left(1 - \frac{2v}{c} \cdot \cos \theta\right). \quad (18.5)$$

Непрерывные ультразвуковые колебания, воспринятые преобразователем 2, преобразуются им в электрические. Разность частот $\Delta v \equiv v_0 - v$ фиксируется с большей точностью частотомером. Из формулы (18.5) следует

$$v = \frac{\Delta v \cdot c}{2 \cos \theta}. \quad (18.6)$$

Если учесть, что объемный расход Q через измерительный участок круглого сечения диаметром D связан со скоростью потока соотношением

$$v = 4m \frac{Q}{\pi D^2},$$

где m – коэффициент, учитывающий несовпадение средней скорости потока со скоростью рассеивателя, то получим

$$Q = \frac{c \pi D^2}{8m \cdot \cos \theta} \cdot \Delta v. \quad (18.7)$$

18.7. Классификация акустических методов контроля

Ультразвуковая дефектоскопия представляет собой комплекс методов неразрушающего контроля, основанных на применении упругих волн широкого частотного диапазона [5,16,17]. В ультразвуковой дефектоскопии используют упругие волны различных типов: продольные, поперечные, изгибные, крутильные, поверхностные волны, излучаемые в непрерывном или импульсном режиме.

Нарушения сплошности (трещины, раковины и др.) или однородности материала контролируемого изделия приводят к изменению его акустических характеристик. Если поперечный размер дефекта d превышает длину ультразвуковой волны λ , то используемая для контроля волна практически полностью отражается. В зонах, характери-

зующихся неоднородной структурой, увеличивается рассеяние ультразвука. В процессе контроля анализируется амплитуда волн, прошедших через изделие или отраженных от поверхности дефектов, и другие параметры (фаза, частота, скорость распространения). Благодаря большому числу переменных параметров, которые могут быть использованы в различных состояниях, безопасности эксплуатации аппаратуры ультразвуковая дефектоскопия является одним из наиболее универсальных методов неразрушающего контроля. Существует несколько методов ультразвуковой дефектоскопии [16, 17].

Классификацию известных акустических методов контроля можно представить в виде схемы, представленной на рисунке 18.14.

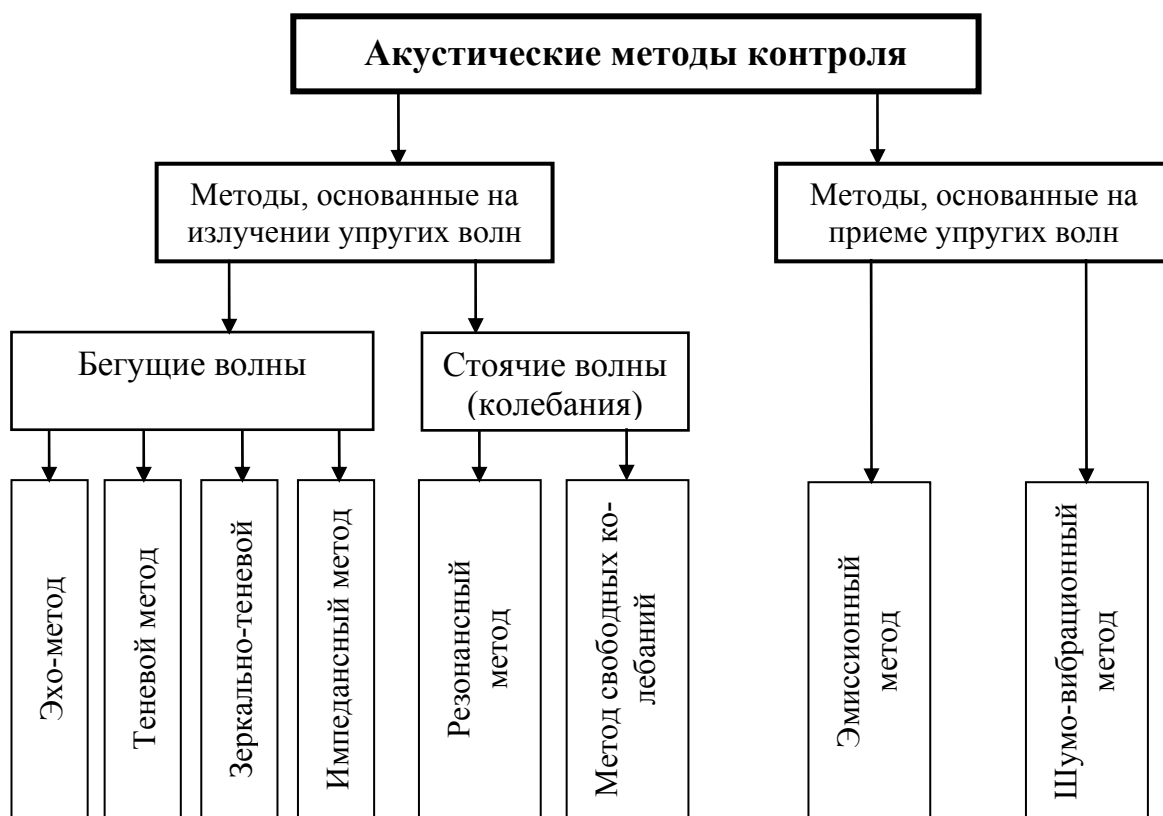


Рис. 18.14

18.8. Методы акустического контроля, основанные на излучении и приеме акустических волн

18.8.1. Методы, основанные на использовании бегущих волн

18.8.1.1. Теневой метод

Дефект на пути ультразвуковых волн ослабляет принимаемый сигнал или задерживает его приход (рис. 18.15).

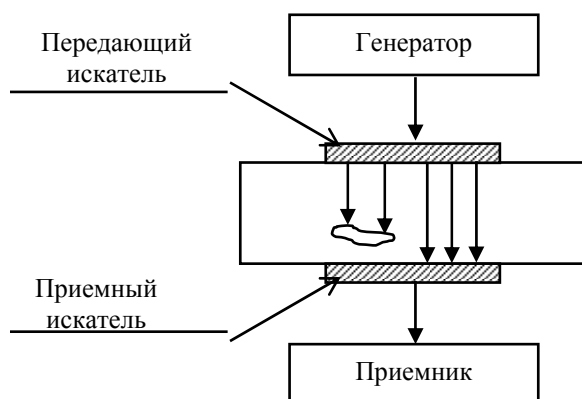


Рис. 18.15

18.8.1.2. Эхо-метод

Короткий ультразвуковой импульс отражается от дефектов, а затем принимается тем же или другим преобразователем (рис. 18.16).

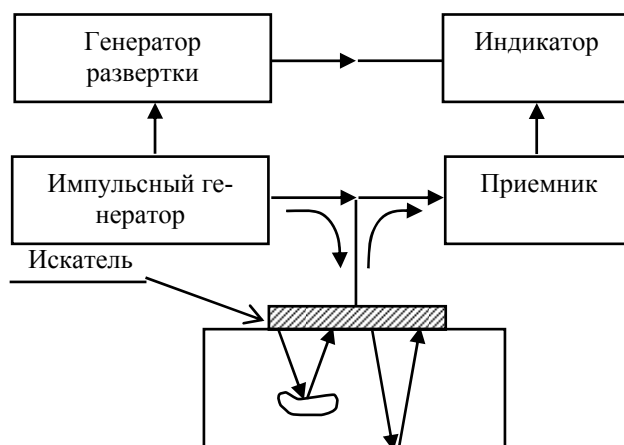


Рис. 18.16

18.8.1.3. Зеркально-теневой метод

Контроль ведется обычным эхо-методом, но признаком наличия дефекта служит ослабление донного сигнала.

18.8.1.4. Импедансный метод

Заключается в наблюдении за режимом колебаний стержня, опирающегося на поверхность изделия (рис. 18.17). При наличии дефекта близкого к поверхности изделия, уменьшается акустический импеданс данного участка поверхности, т.е. он становится

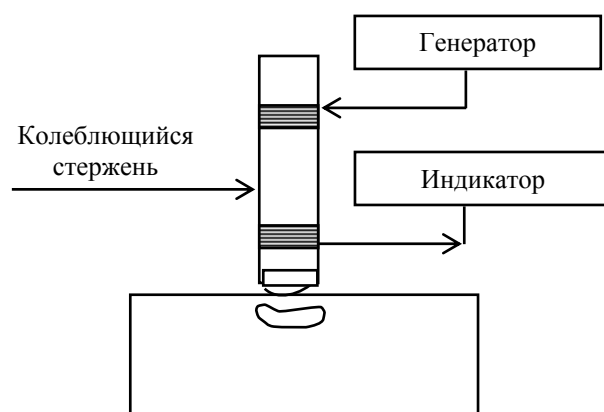


Рис. 18.17

более мягким. Это приводит к увеличению амплитуды колебаний стержня, уменьшению механического напряжения на его конце и смещению частоты резонансных колебаний. Указанные эффекты могут использоваться для обнаружения дефектов в приповерхностной области изделия.

18.8.2. Методы акустического контроля, основанные на использовании резонансных явлений

18.8.2.1. Резонансный метод дефектоскопии и толщинометрии

Определяют частоты, на которых возбуждаются резонансы колебаний, например, по толщине стенки трубы или листа. По резонансным частотам определяют толщину изделия. На наличие дефекта указывает изменение толщины, ослабление или исчезновение резонансов (рис. 18.18).

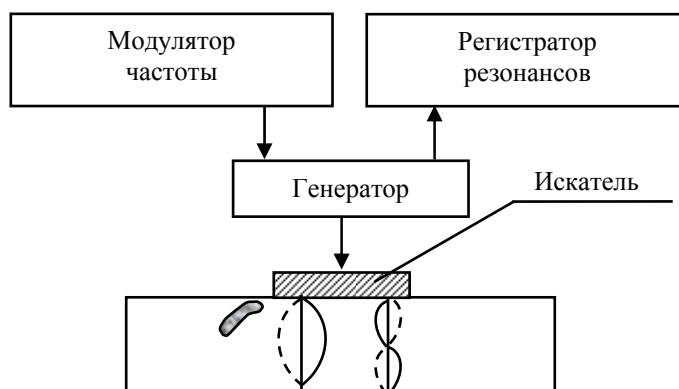


Рис. 18.18

18.8.2.2. Метод свободных колебаний

Основан на анализе спектра частот собственных колебаний изделия, вибрирующего после удара по нему. Разработана аппаратура, позволяющая выделять и анализировать наиболее характерные частоты спектра (рис. 18.19).

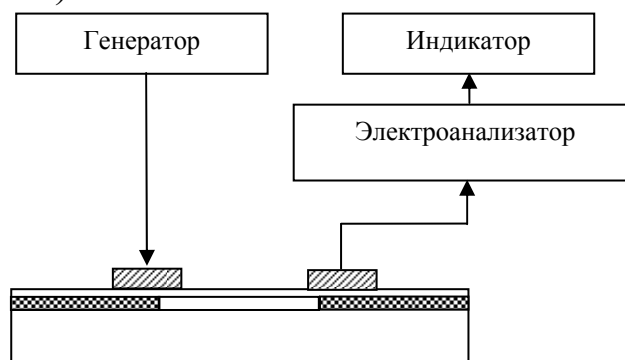


Рис. 18.19

18.9. Методы акустического контроля, основанные на регистрации акустических волн, возникающих в материалах и изделиях

18.9.1. Метод акустической эмиссии

Основан на регистрации упругих волн, возникающих в момент образования или развития трещин (дефектов). В этом случае излучателем ультразвука является образующийся дефект.

18.9.2. Шумо-вибрационный метод

Основан на наблюдении спектра частот работающего механизма или отдельных его частей.

Перечисленные акустические методы контроля (дефектоскопии) обладают спецификой применения.

Так, например, теневой метод применяют для контроля проката малой и средней толщины, некоторых резиновых изделий, для исследования упругих свойств стеклопластиков, бетона, графита. Условием его применения является двусторонний доступ к изделию. Когда это условие не выполняется, может быть использован зеркально-теневой метод или резонансный метод. Его применяют в основном для измерения толщины тонкостенных труб и сосудов.

Импедансным методом контролируют клеевые и полярные конструкции из металла и пластмасс. Для этой же цели применяют метод свободных колебаний.

Методом акустической эмиссии проверяют сварные конструкции в процессе сварки, при прочностных испытаниях, а также во время эксплуатации.

Шумо-вибрационный метод служит для контроля работающих машин и механизмов.

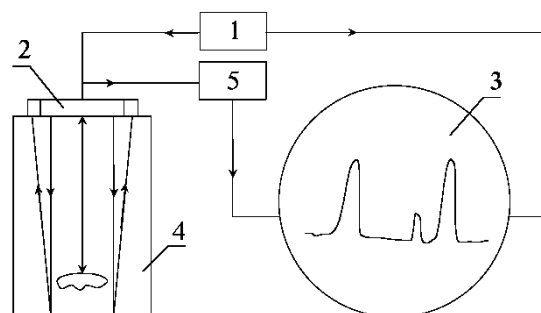
Наибольшее распространение получил эхо-метод ультразвуковой дефектоскопии. Этим методом контролируют поковки, штамповки, прокат, термообработанное литье, сварные швы, изделия из пластмассы.

18.10. Ультразвуковая дефектоскопия материалов и медицинская диагностика

Остановимся на кратком рассмотрении так называемого эхо-метода. Эхо-метод основан на посылке в контролируемое изделие коротких (длительностью около десяти периодов) ультразвуковых

импульсов и регистрации амплитуды и времени приема эхосигналов, отраженных от различного рода дефектов и от поверхности изделия. Принцип действия эходефектоскопа поясняется рисунком 18.20.

Короткие электрические импульсы, вырабатываемые генератором 1, поступают на пьезоэлемент 2 и одновременно запускают развертку осциллографа 3. Излучаемые ультразвуковые импульсы вводятся в контролируемое изделие 4, распространяются в нем и отражаются от поверхности дефектов и противоположной (донной) поверхности. Поступившие на пьезоэлемент 2 эхоимпульсы преобразуются им в радиоимпульсы, которые поступают на вход приемного устройства 5, усиливаются и детектируются им, а затем поступают на У-вход осциллографа. На экране осциллографа наблюдается ряд видеоимпульсов. Первый из них является зондирующим, последний произведен эхоимпульсом, отраженным от противоположной поверхности изделия. В промежутке между первым и последним импульсами расположены импульсы, отраженные от различных дефектов. По амплитуде и расположению этих импульсов на осциллографе делают вывод о величине и местонахождении дефектов в контролируемом изделии.



Медицинская ультразвуковая диагностика предназначена для исследования здорового и больного организма методами ультразвуки [5]. Приборы для ультразвуковой диагностики в достаточной мере аналогичны ультразвуковым дефектоскопам. Излучение и прием ультразвука в них осуществляется с помощью пьезоэлектрических преобразователей. Преобразователь, излучающий короткие (длительностью около 10^{-6} с) ультразвуковые импульсы, прикладывается к исследуемому участку тела через контактное вещество, в качестве которого может быть использовано вазелиновое масло. В паузах между излучаемыми импульсами преобразователь принимает импульсы, отраженные от различных неоднородностей в тканях. После усиления эти импульсы подаются на модулирующий электрод электроннолучевой трубки. Вследствие этого отраженные импульсы на экране

трубки представляются в виде черточек, яркость которых связана с амплитудой импульса, а ширина – с его длительностью. Развертка этих черточек во времени дает картину отдельных отражающих структур.

Другой тип диагностического ультразвукового устройства разработан на основе эффекта Доплера. Такое устройство содержит два пьезопреобразователя – излучающий и приемный и функционирует в непрерывном (а не в импульсном) режиме излучения. Излучающий пьезоэлемент генерирует непрерывную ультразвуковую волну, в то время как второй пьезоэлемент принимает отраженные сигналы. Сдвиг частоты ультразвуковой волны, отраженной от подвижного объекта относительно частоты излучаемой волны может быть зафиксирован, например, с помощью громкоговорителя (наушников). Приборы с использованием эффекта Доплера применяются для раннего определения беременности, сердцебиения плода и в других случаях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в пособии последовательно рассмотрены вопросы измерения физических величин и их единиц измерения. Даны такие понятия, как физическая величина и её числовое значение, размерность, системы единиц измерения физических величин, общие представления о масштабах физических величин.

В определенной последовательности представлены физические измерения в модельных и аналоговых экспериментах, различные виды подобий, измерительные устройства, естественные пределы измерений. Рассмотрены некоторые факторы, влияющие на точность измерений (шумы в измерительных устройствах) и причины их возникновения. Большое внимание в конспекте уделено методам и приборам для измерения времени, линейных и угловых размеров, массы, температуры. Довольно просто рассмотрены принцип действия и устройство приборов для измерения различных электрических параметров, применение явления ферромагнетизма в качестве метода и средства измерения, средства и методы дозиметрии.

Особо необходимо отметить наличие в пособии раздела по физическим основам акустических измерений и методов контроля, определяющего специфику проведения комплексных измерений при изучении физических свойств вещества. При этом кратко в доступной форме представлены такие вопросы, как физическая модель сплошной среды, уравнение движения и уравнение неразрывности, волновые уравнения для газов, жидкостей и твердых тел, а также звуковые (ультразвуковые) волны, акустические свойства вещества и основанные на них акустические методы измерения и контроля. Представлены методы акустического контроля, основанные на использовании бегущих волн и на регистрации акустических волн, возникающих в материалах и изделиях, достаточно кратко ультразвуковая дефектоскопия материалов и медицинская диагностика.

Организация лекционного курса на базе экономичной затраты студенческого и преподавательского времени, предусмотренная настоящим пособием, полностью отвечает основным задачам курса "Физические основы измерений": развитие логического мышления, расширение представлений о многообразии свойств материи, подготовка к усвоению последующих дисциплин рабочего учебного плана.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Михайлов И. Г., Соловьев В. Л., Сырников Ю. П. Основы молекулярной акустики. М.: Наука, 1963. 514с.
2. Шутилов В. А. Основы физики ультразвука. Л.: ЛГУ, 1980. 183 с.
3. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике. М.: Из-во. иностр. литерат., 1956. 726 с.
4. Лепендин Л. Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978, 447 с.
5. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. Гл. ред. И.П. Голямина. М.: Советская энциклопедия, 1979. 400 с.
6. Ратинская И. А. О затухании звука в эмульсиях //Акуст. журн. 1962. Т.8. № 2. С. 210-23.
7. Полунин В. М. Микронеоднородность магнитной жидкости и распространение звука в ней // Акуст. журн. 1985. Т.32. № 2. С.234-238.
8. Полунин В. М. Влияние внутреннего теплообмена в магнитной жидкости на ее упругие свойства // Магнитная гидродинамика. 1981. № 2. С.138-139.
9. Кольцова И. С., Михайлов И. Г. Ослабление и рассеяние ультразвуковых волн во взвесьях. //Акуст. журн. 1975. Т.22. № 17. С. 568-575.
10. Колесников А. Е. Ультразвуковые измерения. М.: Стандартгиз. 1970. 283 с.
11. О методике измерения поглощения ультразвука в магнитной жидкости. Полунин В. М., Чернышова А. А., Аксенова Т. И. и др. М., ВИНТИ, 1984. – 18 с.
12. Полунин В. М., Рослякова Л. И. О зависимости скорости звука в магнитной жидкости от напряженности магнитного поля и частоты колебаний // Магнитная гидродинамика. 1985. № 17. С. 59-65.
13. Шутилов В. А. Способы измерений абсолютной интенсивности ультразвука. Л.: ЛДНТП, 1959.
14. Михайлов И. Г., Полунин В. М. О влиянии смачиваемости поверхности, излучающей ультразвук, на отрыв пузырьков от нее // Акустический журнал. 1974. Т.19, 4. С.462-464.
15. Киясбейли А. Ш., Измайлов А. М., Гуревич В. М. Частот-

но-временные ультразвуковые расходомеры и счетчики. М.: Машиностроение, 1987. 127 с.

16. Машиностроение. Энциклопедия /Ред. совет: Фролов К. В. (пред.) и др. – М.: Машиностроение. 1996 Измерение, контроль, испытания и диагностика. Т III – 7 / Ключев В.В, Соснин Ф. Р, Филинов В. Н и др.; Под общ. ред. Ключева В. В. – 464 с.

17. Агранат Б. А., Дубровин М. Н., Хавский Н. Н. и др. Основы физики и техники ультразвука: Учебное пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1987. 352 с.

18. Красильников В.А. Введение в акустику: Учебное пособие.-М.: Изд-во МГУ, 1992. 152 с.

19. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий /Под ред. Ключева В.В.. М.: Машиностроение, 1976. 127 с.

20. Баранов В.М., Грищенко А.И., Карасевич А.М. и др. Акустическая диагностика и контроль на предприятиях топливно-энергетического комплекса. М.: Наука, 1998. 304 с.

21. Ширяев А.М., Гречухин А.И. К вопросу акустико-эмиссионного контроля магистральных газопроводов //Тр. Нижегородской акуст. науч. сессии, ННГУ, 2002. С. 264-265.

22. Камке Д., Кремер К. Физические основы единиц измерения: Учеб. пособие. Пер. с нем. М.: Мир, 1980. 95 с.

23. Марков Н.Н., Ганевский Г.М. Конструкция, расчет и эксплуатация измерительных инструментов и приборов: Учебник. М.: Машиностроение, 1981. 367 с.

24. Тарбеев А.В. Эталоны единиц основных физических величин: Учеб. пособие. Л.: СЗПИ, 1983. 80 с.

25. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. - 10-е изд., доп. М.: Наука, 1987. 320 с.

26. Спектор С.А. Электрические измерения физических величин.: учеб. пособие для вузов. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 320 с.

27. Кунце Х.Н. Методы физических измерений: Пер. с нем. М.: Мир. 1989. 216 с.

28. Измерения в промышленности: Справочник в 3-х частях. Пер. с нем.\ Под ред. Профоса П. – 2-е изд., перераб. и доп. М.: Металлургия. 1990. 492 с., 384 с., 344 с.

29. Фундаментальные константы физики // Усп. физ. Наук, №9. 1991. С. 177-194.

**ПОЛУНИН Вячеслав Михайлович
СЫЧЕВ Геннадий Тимофеевич
ШУМАКОВ Александр Ионович**

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Конспект лекций

Редактор *О.А. Петрова*
Компьютерная верстка и макет *Е.В. Мельник*

Позиция плана № ____ 2003

ИД № 06430 от 10.12.01.

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16. Печать офсетная.
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 250 экз. Заказ .

Курский государственный технический университет
Издательско–полиграфический центр Курского государственного
технического университета: 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.